

物理学実験Ⅰ 電磁気学 交流電流と磁場

担当：佐藤、浅野(TA)

連絡先：

物理学専攻 素粒子実験研究室
内線4270
ksato@hep.px.tsukuba.ac.jp

電場・磁場の単位について

- 電位 ϕ — 単位 V

- 電場 $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ — 単位 V/m

$$-E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

- 電束密度 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ — 単位 C/m²

$$-\epsilon_0: \text{真空の誘電率 } \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ (F/m)}$$

- 磁場 $\vec{H}$ — 単位 A/m

- 磁束密度 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ — 単位 T=Wb/m²

$$\mu_0: \text{真空の透磁率 } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

- 光速 $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

C: クーロン、電荷の単位
F: ファラド、=C/V
T: テスラ、磁束密度の単位
Wb: ウェバー、磁束の単位
H: ヘンリー、=Wb/A インダクタンスの単位

電磁気学の4つの基本法則

- 電場についてのガウスの法則

$$-\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q/\epsilon_0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$$

- 磁束保存の式

$$-\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- アンペールの法則 ($\vec{j}$: 電流密度)

$$-\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = I, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}$$

- ファラデーの電磁誘導の法則 (Φ_B : 磁束)

$$-\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_B, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

電場についてのガウスの法則

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q/\epsilon_0$$

- 右のような閉じた曲面内に電荷Qが存在している。

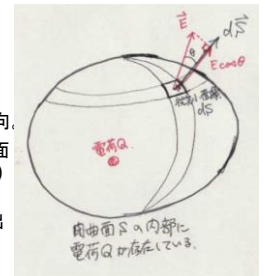
- 微小面積 $d\vec{S}$ を考える。

— $d\vec{S}$ の向きは面積に垂直の方向。

- この場所での電場が $\vec{E}$ なら、微小面積を突き抜ける電場の量(電束/ ϵ_0)は、 $\vec{E} \cdot d\vec{S}$

- 公式の左辺は、閉曲面全体から出て行く電場を足し合わせたもの=電束/ ϵ_0 。

- 閉曲面全体から出て行く電束は、閉曲面内の電荷の量に一致する。



ガウスの法則の例

- 原点に電荷Qが置かれているときに、半径rの球面を考える。

- 球面上での電場は、動径方向に向いていて、強さは

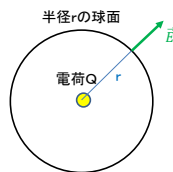
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- 球面の表面と $\vec{E}$ が垂直なので、 $\vec{E}$ と $d\vec{S}$ は並行、大きさだけ考えればよい。

$$\vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$$

- したがって、

$$\begin{aligned} \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times (\text{球面の面積}) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = Q/\epsilon_0 \end{aligned}$$



磁束保存の法則

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- 右のような閉じた曲面内に磁荷 Q_m が存在している。

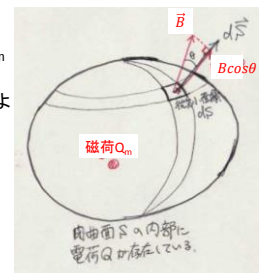
- 電場のガウスの法則のときと同じように、以下が導かれる。

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = Q_m$$

- 現在までに、単独で存在する磁荷は発見されていない。

— 常に $Q_m = 0$

- 閉曲面全体から出て行く磁束は、必ず0である。



アンペールの法則

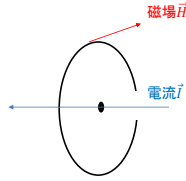
- 電流 $\vec{I}$ が流れると、そのまわりに磁場 $\vec{H}$ が発生する。

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I$$

- 例題: 直線電流 $\vec{I}$ の周り、半径 r の地点での磁場の強さは?

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = I/2\pi r$$

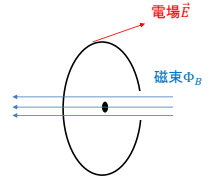


7

電磁誘導の法則

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_B$$

- ただし、 $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
- この式は、磁束が時間変化したとき、磁束の周りに電場が生じることを表している。



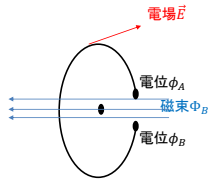
8

電磁誘導の法則

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_B$$

- ただし、 $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
- この式は、磁束が時間変化したとき、磁束の周りに電場が生じることを表している。
- 左辺は、電場 × 距離だから、電位差を表しているとも考えられる。
- 右図のようなコイルを考えると、磁場の時間変化によって、コイルの両端に以下の電圧が発生する。

$$\Delta\phi = \phi_A - \phi_B = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_B$$



9

ビオ・サバールの法則

- 磁束保存とアンペールの両法則から、電流が作る磁場の公式が導かれる:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

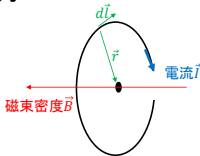
- ここで、Cは電流が流れる経路、 $d\vec{l}$ はCに沿った微小線素である。
- $\vec{r}$ は微小線素から磁場を観測する地点に向かうベクトル。

10

ビオ・サバールの法則、ヘルムホルツ・コイルの例

- 半径 a の円形電流が、その中心に作る磁束密度は?

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot dl \times a}{a^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot 2\pi a \times a}{a^3} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2a} = \text{テキスト(1)式} \end{aligned}$$



11

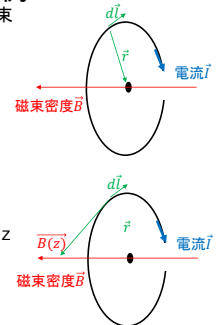
ビオ・サバールの法則、ヘルムホルツ・コイルの例

- 半径 a の円形電流が、その中心に作る磁束密度は?

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot dl \times a}{a^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot 2\pi a \times a}{a^3} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2a} = \text{テキスト(1)式} \end{aligned}$$

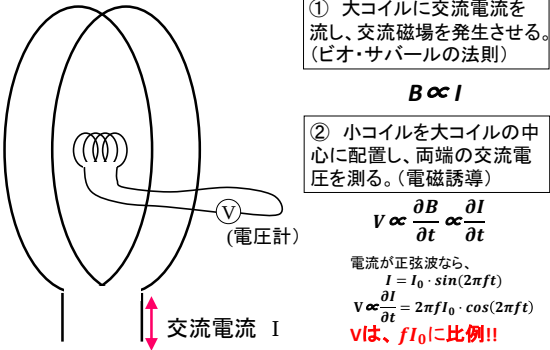
- もう少し複雑な計算をすれば、中心軸上、 z の点での磁束密度も計算できる。

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 a^2 I}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$



12

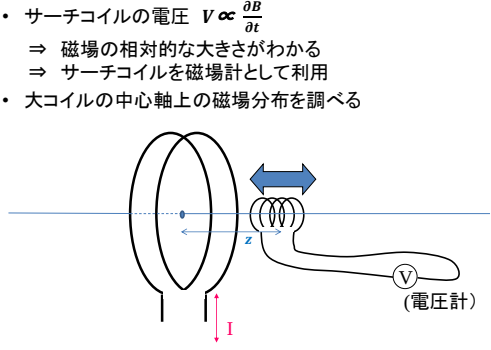
実験 1



13

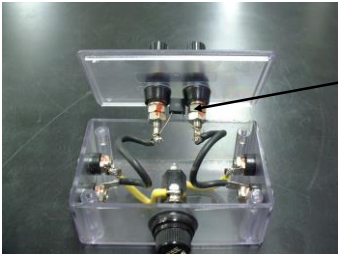
実験 2

実験 1 の結果を応用



14

ヒューズ・抵抗箱



ヒューズ

抵抗 1Ω
(両端の電圧から電流値がわかる(オームの法則))

15

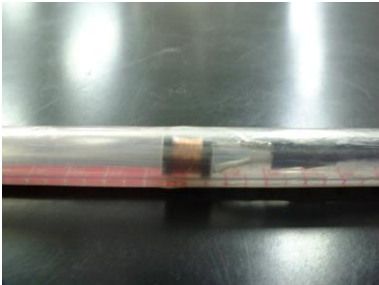
大コイル (ヘルムホルツコイル)



片方のコイルを使用

16

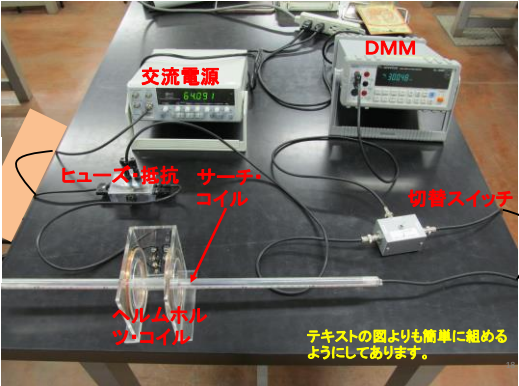
サーチコイル



ヘルムホルツコイルの軸に対して平行になるように注意

17

セットアップ写真



実験I

- ヘルムホルツコイル: $f=1.6$ kHzの設定で、電流 $I=100, 50, 20, 10, 5$ mA(RMS)でのサーチコイルの電圧 V_S (RMS)を測定する。(現セットアップでは200 mA以上、2mA以下は発信できない)
 - $I=0$ でノイズ V_{BK} を測定しておく。
 - 両対数 $x=I, y=V_S - V_{BK}$ のグラフ(図3a)
 - 両対数 $x=I, y=\frac{V_S - V_{BK}}{I}$ のグラフ(図3b)
- $f=200$ Hzで同じ測定をし、同じシートにプロットする。
- $I=20$ mA (RMS)一定で、 $f=3.2k, 1.6k, 800, 400, 200, 100$ Hzで V_S を測定する。
 - 両対数 $x=f, y=V/I$ のグラフ(図4)
 - 両対数 $x=f, y=V/If$ のグラフ

19

実験II 注意事項

- $I=100$ mA (RMS)、 $f=1.6$ kHzで実験する。
- 最低7点くらい取りたい: たとえば $z=0, 1, 2, 4, 6, 10, 20$ cm
 - 両対数 $x=z, y=V$ のグラフ(図5)
 - 片対数 $x(\text{対数})=z, y(\text{linear})=\frac{z}{\left(\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right)} (=z_0)$ グラフ(教科書

にはないが、このプロットを作成する)

本資料P12より、 $B_z(z) = \frac{\mu_0 a^2 I}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$ なので、

$$\frac{V(z)}{V(z=0)} = \frac{B_z(z)}{B_z(z=0)} = \frac{a^3}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{テキスト(7)式では} a \text{を} z_0 \text{と表記している})$$

$$\text{両辺を} \frac{2}{3} \text{乗して、} \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{a^2}{z^2 + a^2}$$

$$\text{両辺に} (z^2 + a^2) \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{2}{3}} \text{をかければ、} z^2 + a^2 = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{2}{3}} a^2$$

$$a^2 \text{について解くと、} a^2 = \frac{z^2}{\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{2}{3}} - 1} \quad \text{したがって、} a = \frac{z}{\sqrt{\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{2}{3}} - 1}}$$

20

レポート提出について

- 提出期限: 12月7日午後5時まで。
- 提出先: 1A棟3階(数理支援室) 入口のメールボックス
- 連絡先:
 - 物理学専攻 素粒子実験研究室 佐藤まで
 - 内線4270
 - ksato@hep.px.tsukuba.ac.jp

21