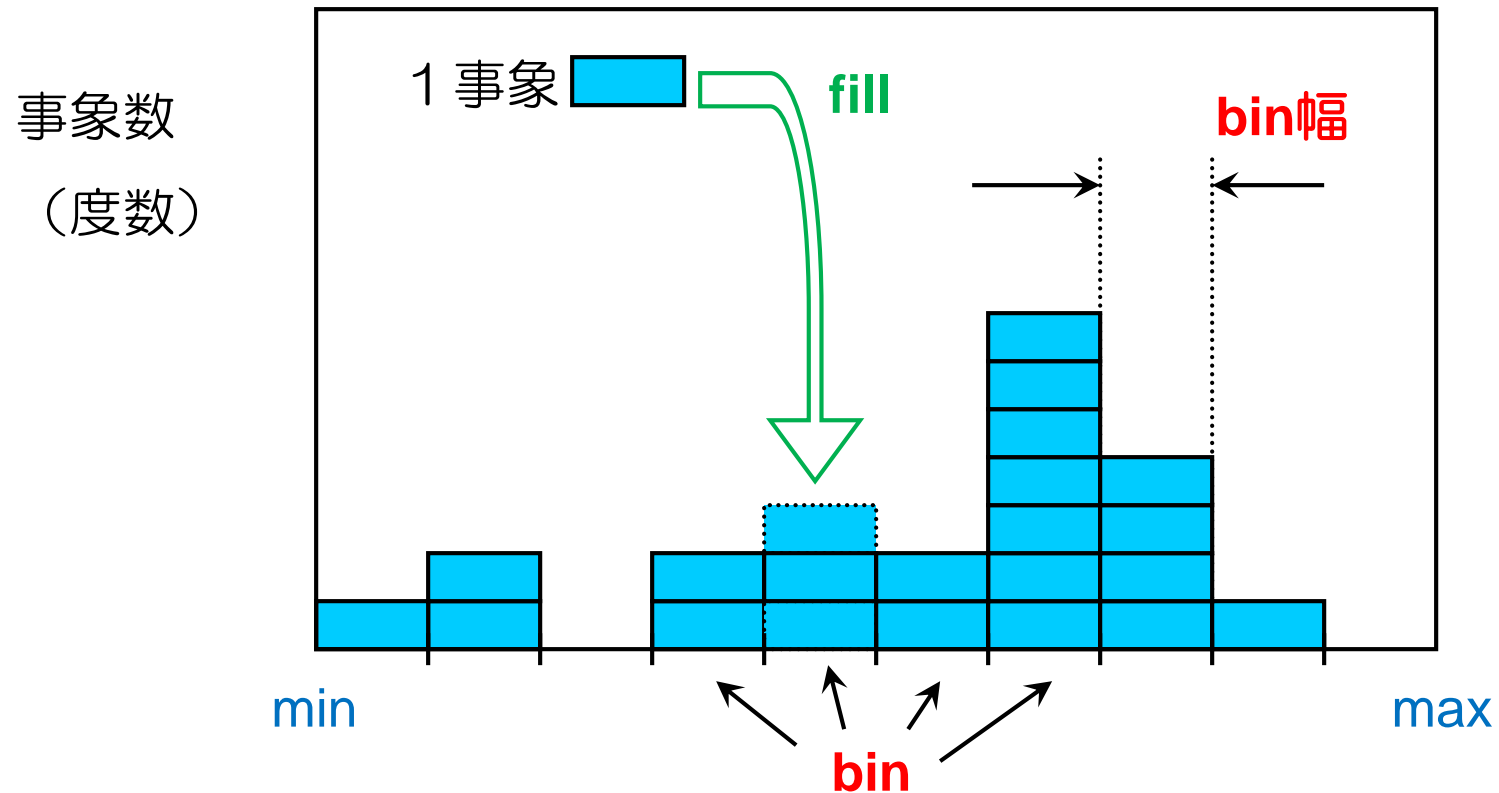


# $\mu$ 粒子寿命データの解析

## 実験Ⅲ素粒子テーマ3回目

- $\mu$ 粒子寿命データの解析
  - バックグラウンドの見積もり
  - $\mu$ 粒子の原子核捕獲の影響
- Unix(Linux)入門

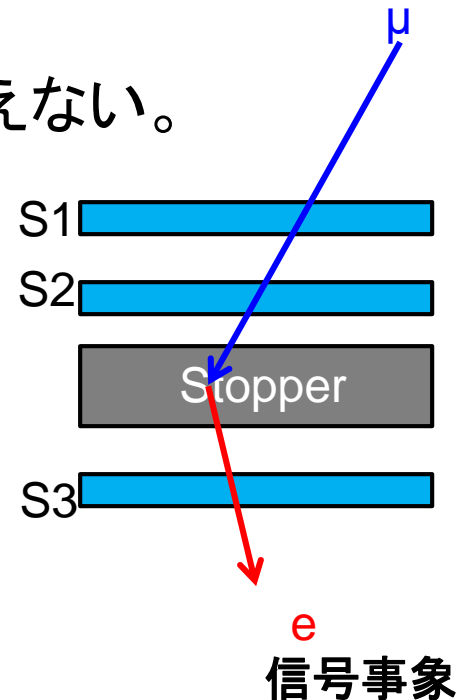
# ヒストグラム用語



- bin (ビン) …箱, 容器
- binning …[min,max]をbin分けすること
- fill …事象を対応するbinに詰める (足す)

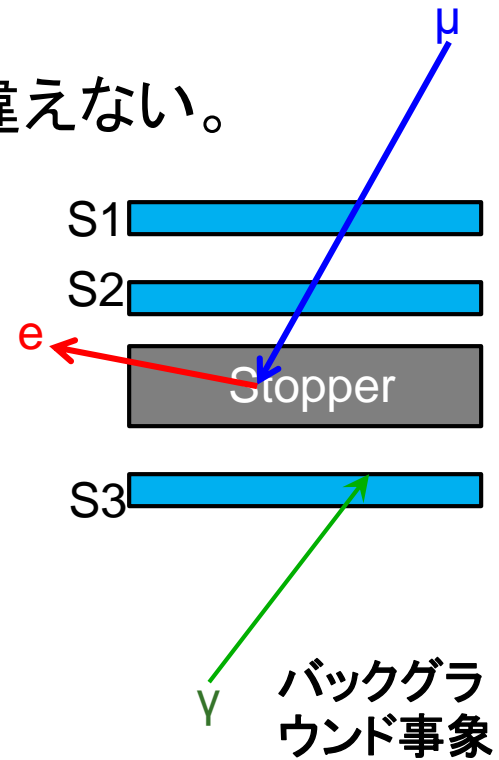
# バックグラウンド

- Start信号 ( $S1 \& S2 \& (\neg S3)$ )
  - コインシデンスを取っているので滅多に間違えない。
  - ここでは偽のスタート信号は無視する。



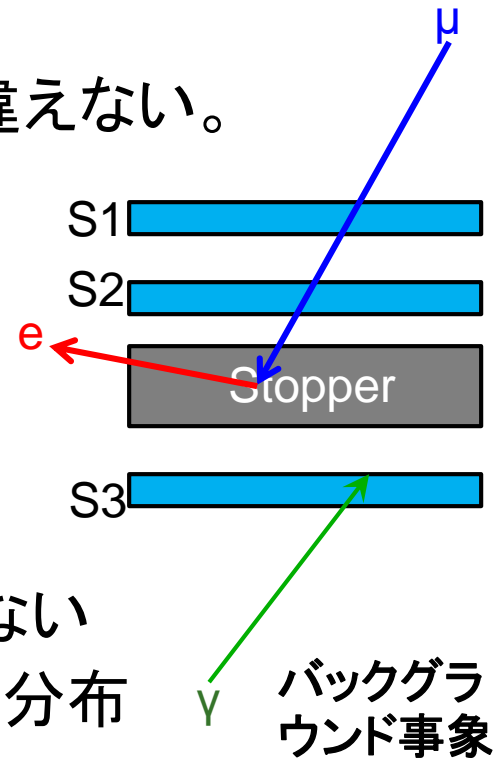
# バックグラウンド

- Start信号
  - コインシデンスを取っているので滅多に間違えない。
  - ここでは偽のスタート信号は無視する。
- Start信号 + 偽のStop信号
  - S3の別の荷電粒子通過によるStop信号
  - S3のPMTの熱電子による偽のStop信号



# バックグラウンド

- Start信号
  - コインシデンスを取っているので滅多に間違えない。
  - ここでは偽のスタート信号は無視する。
- Start信号 + 偽のStop信号
  - S3の別の荷電粒子通過によるStop信号
  - S3のPMTの熱電子による偽のStop信号
- 偽のStop信号事象の分布
  - Start信号とStop信号との間に時間相関はない
  - Start信号から $20 \mu s$ のゲート内では、一様に分布
  - S3のレートは、せいぜい数百Hz以下
- バックグラウンドの影響
  - 寿命を求める際に1binあたりのバックグラウンド数を定数として評価し、データから引き算すればよい。



# バックグラウンドの評価1

2つの方法で求めてみて、  
それらが誤差の範囲で  
一致することを確認する  
こと

- 1binあたりのバックグラウンドの数を見積もる
- 方法1： 分布を使って見積もる
  - 本物の $\mu$ 粒子：寿命 $\sim 2.2\mu\text{s}$
  - $\Delta t = 10\mu\text{s}$ の事象数は、 $\Delta t = 0$ の約1%

$$\exp(-10\mu\text{s}/2.2\mu\text{s}) \sim 0.01$$

- $\Delta t > 10\mu\text{s}$ ではbkgの寄与しかないと仮定

$$N_{\text{bkg}}^{1\text{bin}}(\text{1binあたりのbkg数}) = \frac{10\mu\text{s} - 20\mu\text{sの事象数}}{10\mu\text{s} - 20\mu\text{sのbin数}}$$

- 方法1では実際には、データをフィットしてバックグラウンドを評価する。誤差はフィット・ソフトが計算してくれるので、必ず記録すること。

# バックグラウンドの評価2

2つの方法で求めてみて、  
それらが誤差の範囲で  
一致することを確認する  
こと

- 方法2:
  - SCALERの計数から、バックグラウンドの数を見積もる。
  - S1&S2のようにコインシデンスをとると宇宙線中のミュー粒子を捕まえられる。
  - S3単独ではほとんどノイズである。
    - 実際には、S3の計数はS1&S2よりずっと多いか、各自確認すること。

$$S_3 \text{の Rate} = \frac{S_3 \text{の計数}}{\text{全測定時間}}$$

$$N_{bkg}^{1bin} = S_3 \text{の Rate (Hz)} \times \text{bin幅 (秒)} \times \text{Start信号の数}$$

# バックグラウンドの評価2

2つの方法で求めてみて、  
それらが誤差の範囲で  
一致することを確認する  
こと

- 方法2:
  - SCALERの計数から、バックグラウンドの数を見積もる。
  - S1&S2のようにコインシデンスをとると宇宙線中のミュー粒子を捕まえられる。
  - S3単独ではほとんどノイズである。
    - 実際には、S3の計数はS1&S2よりずっと多いか、各自確認すること。

$$\text{全バックグラウンド数 } N_{\text{BG}} = f_{\text{S3}} \cdot T' \cdot R_{\text{gate}} = n/t \cdot T' \cdot 20 \times 10^{-6} \cdot N/T$$

S3ノイズの頻度(Hz)                      ゲートが開いている確率  
(STOP信号を受け付ける確率)

全測定時間                      測定期間中のうち、ゲートが開いていた全時間

(テキスト2-19式)



# 方法2での誤差、ヒント

- **実験結果には誤差を必ずつける**こと。中心値だけでは測定値としての意味をなさない。
- **フィットで求めた場合→統計誤差はフィットから得られる。**

- **方法2の誤差に関するヒント**

- テキスト2-19式で

- $$N_{BG} = f_{S3} \cdot T' \cdot R_{gate} = n/t \cdot T' \cdot 20 \times 10^{-6} \cdot N/T$$
$$= (20 \times 10^{-6} \cdot T') / (t \cdot T) \times n \cdot N$$

- $$\Delta N_{BG} = (20 \times 10^{-6} \cdot T') / (t \cdot T) \times \sqrt{[(\Delta n \cdot N)^2 + (n \cdot \Delta N)^2]}$$
$$= N_{BG} \times \sqrt{[(\Delta n/n)^2 + (\Delta N/N)^2]}$$

時間計測の誤差は小さいと考える(1週間ほど走らせて、誤差は秒程度)

- $$(\Delta N_{BG} / N_{BG}) = \sqrt{[(\Delta n/n)^2 + (\Delta N/N)^2]} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{n}}{n}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{N}}{N}\right)^2}$$

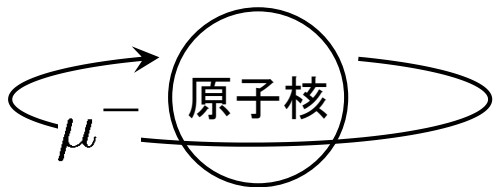
積の形になっている式の誤差の伝搬を考えると、誤差の伝搬の計算を、**相対誤差** ( $\Delta X/X$ ) の表記に持っていくと計算が簡<sup>9</sup>

# バックグラウンドの誤差

- 必ず記録する。
  - 2つのバックグラウンド見積もりの整合性は、誤差以内で一致しているかどうかで考える。
  - 誤差が計算されてないと、チェックができない。
- レポートに書く時も誤差をつける。
- 誤差の式がわかっているだけで代入するだけ、実際計算してみると、簡単です。

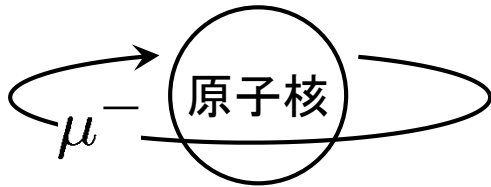
# $\mu^-$ の原子核捕獲（1）

- $\mu^-$ が電子の代わりに原子核のK殻軌道にトラップされる。
  - $\mu^+$ では, 起こらない

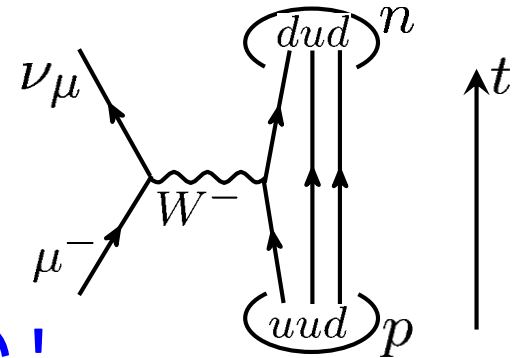
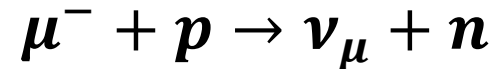


# $\mu^-$ の原子核捕獲 (1)

- $\mu^-$ が電子の代わりに原子核のK殻軌道にトラップされる。
  - $\mu^+$ では, 起こらない
- トラップされた $\mu$ 粒子が原子核中の陽子と反応する。

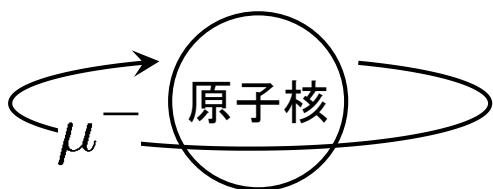


荷電粒子が出ないので、S3信号は出ない！

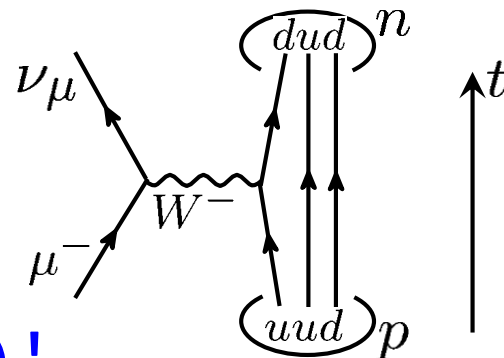
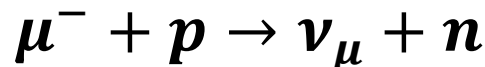


# $\mu^-$ の原子核捕獲 (1)

- $\mu^-$ が電子の代わりに原子核のK殻軌道にトラップされる。
  - $\mu^+$ では, 起こらない
- トラップされた $\mu$ 粒子が原子核中の陽子と反応する。



荷電粒子が出ないので、S3信号は出ない！



- $\mu$ 粒子は $\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ 崩壊だけでなく、この核反応の核反応によっても消失する。
  - 核反応の確率:  $\Lambda \equiv \frac{1}{\tau_a}$
  - $\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ 崩壊の確率:  $k \equiv \frac{1}{\tau}$
- $\mu^-$ 粒子の数の時間変化は次式にしたがう:

$$-\frac{dN^-}{dt} = (k + \Lambda)N^-$$

# $\mu^-$ の原子核捕獲 (2)

$$-\frac{dN^-}{dt} = (k + \Lambda)N^-$$

この微分方程式の解は,

$$N^-(t) = N_0^- \exp(-t/\tau_-) \quad \text{但し} \quad \tau_- \equiv \frac{1}{k + \Lambda}$$

したがって単位時間当りの $\mu^-$ 消失数は,

$$-\frac{dN^-}{dt} = \boxed{kN_0^- \exp(-t/\tau_-)} + \underbrace{\Lambda N_0^- \exp(-t/\tau_-)}_{\text{観測されない}(v, n)}$$

$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ : 観測にかかる

但し,我々の検出器で観測されうるのは,崩壊による事象のみ

$$n_-^{\text{decay}}(t) = kN_0^- \exp(-t/\tau_-) \quad \tau_- = \frac{1}{k + \Lambda}$$

# $\mu^-$ の原子核捕獲 (2)

$$-\frac{dN^-}{dt} = (k + \Lambda)N^-$$

この微分方程式の解は,

$$N^-(t) = N_0^- \exp(-t/\tau_-) \quad \text{但し} \quad \tau_- \equiv \frac{1}{k + \Lambda}$$

したがって単位時間当りの $\mu^-$ 消失数は,

$$-\frac{dN^-}{dt} = \boxed{kN_0^- \exp(-t/\tau_-)} + \underbrace{\Lambda N_0^- \exp(-t/\tau_-)}_{\text{観測されない}(v, n)}$$

$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ : 観測にかかる

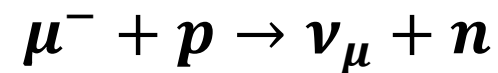
但し,我々の検出器で観測されうるのは,崩壊による事象のみ

$$n_-^{\text{decay}}(t) = kN_0^- \exp(-t/\tau_-) \quad \tau_- = \frac{1}{k + \Lambda}$$

一方 $\mu^+$ の方は

$$n_+^{\text{decay}}(t) = kN_0^+ \exp(-t/\tau) \quad \tau = \frac{1}{k} \quad \text{純粋に}\mu\text{粒子の寿命}$$

# $\mu^-$ の原子核捕獲 (3)



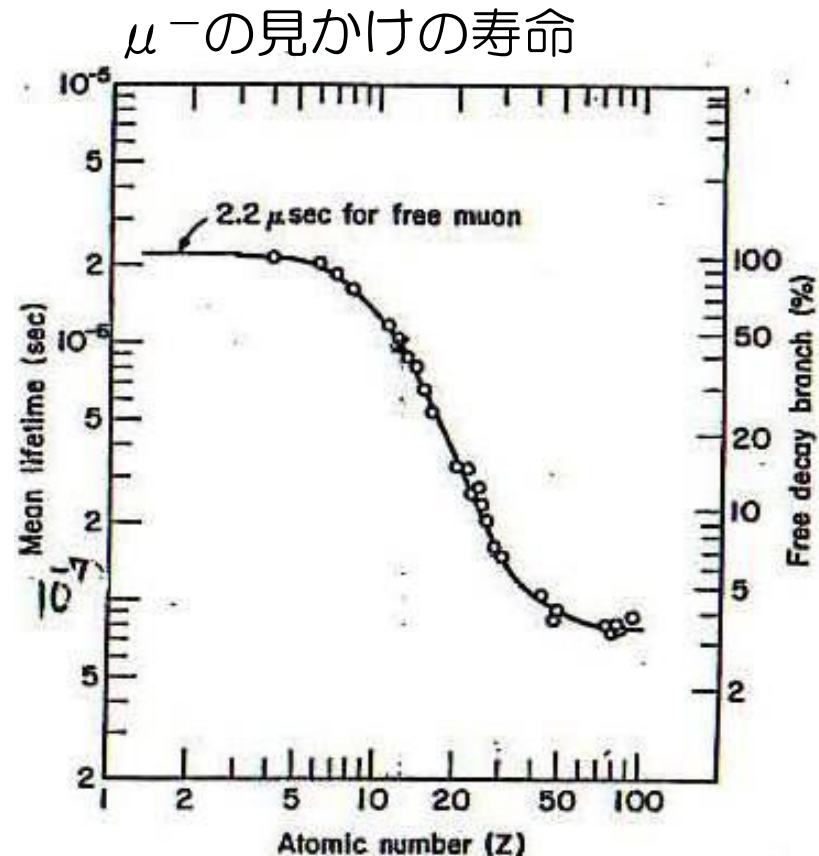
$$\tau_- = \frac{1}{k + \Lambda}$$

$$\Lambda = 1/\tau_a \simeq 56Z^{3.7} [\text{s}^{-1}]$$

原子番号  $Z \lesssim 30$  で使える近似式

解析で、 $\tau_-$ は計算して使います。

- この計算に限り、 $\tau_\mu = \frac{1}{k} = 2.2 \mu\text{s}$  を使用してよい。
- Al, Fe, Cu, Tiに対する  $\Lambda, \tau_a$  は、私も計算しているので答え合わせできます。

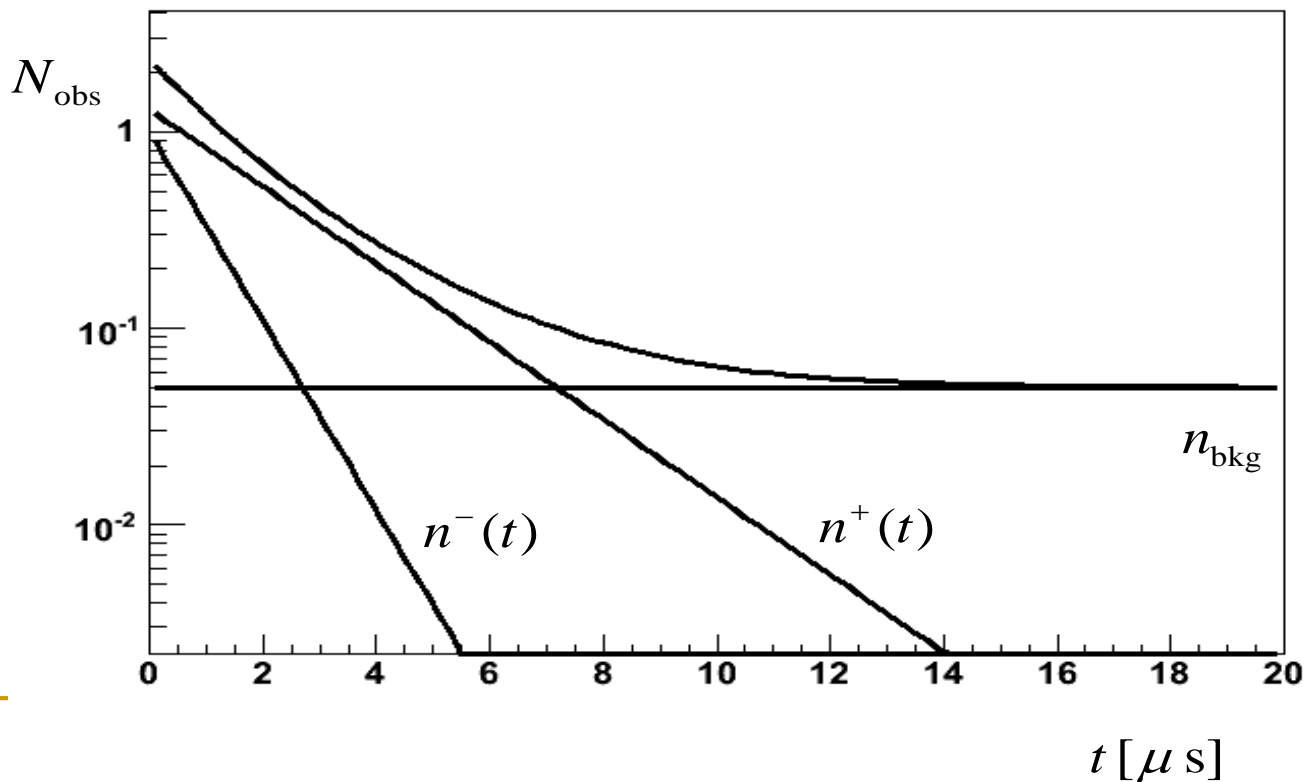




# Fitting範囲 (1)

- 観測される分布は,  $\mu^+$ ,  $\mu^-$ , およびbkgからの寄与の重ね合わせ
  - $N_{\text{obs}}(t) = n^+(t) + n^-(t) + n_{\text{bkg}}$
- 分布から  $n_{\text{bkg}}$  を引き,  $\mu^-$  の影響の少ない領域でexp関数フィット

$$1.3 \cdot \exp(-x/2.2) + 1.0 \cdot \exp(-x/0.9) + 0.05$$



# Fitting範囲 (2)

- $\mu$ 粒子崩壊事象が有意に存在

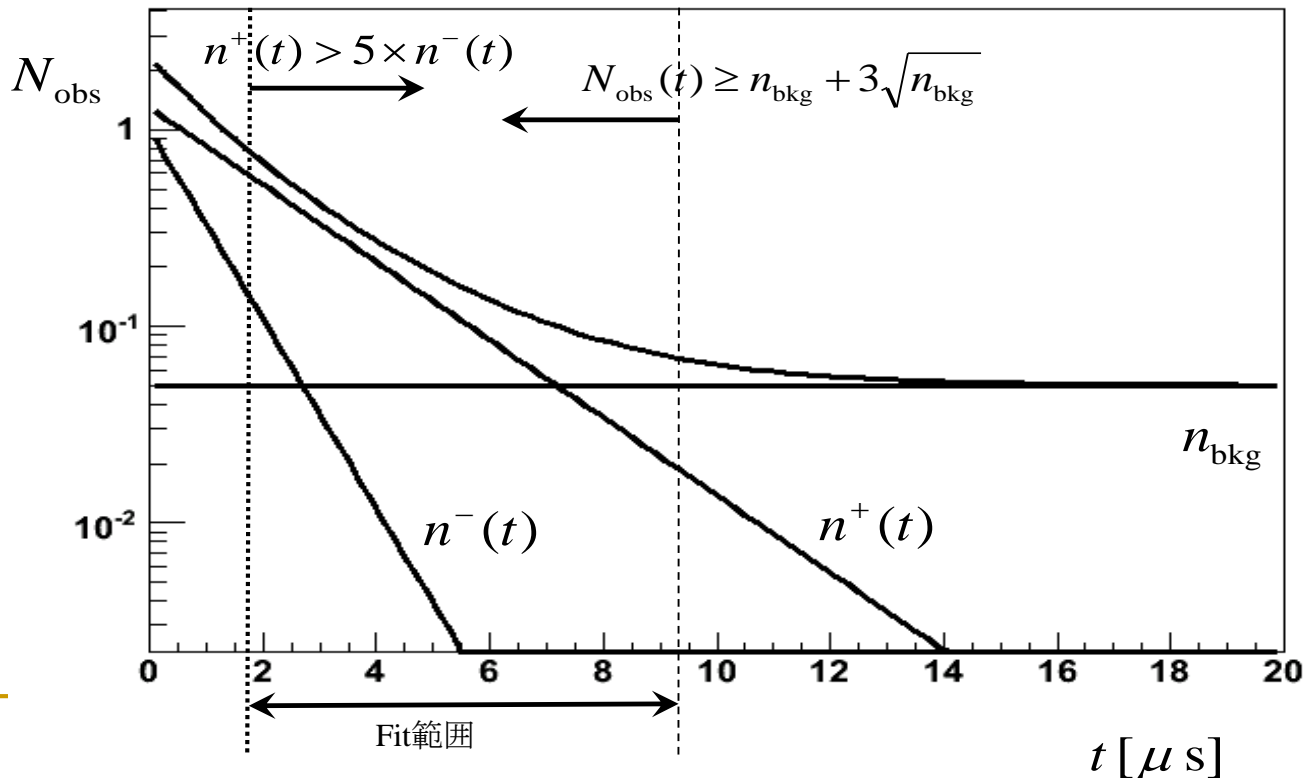
$$N_{\text{obs}}(t) \geq n_{\text{bkg}} + 3\sqrt{n_{\text{bkg}}}$$

- bkg数の統計的ゆらぎ:  $\sigma = \sqrt{n_{\text{bkg}}}$
- 観測事象数が予想されるbkgの数よりも有意(3 $\sigma$ 以上)に多い

- $\mu^-$ の寄与が $\mu^+$ に対して少ない

$$n^+(t) > 5 \times n^-(t)$$

$$1.3 \cdot \exp(-x/2.2) + 1.0 \cdot \exp(-x/0.9) + 0.05$$



# Fitting範囲 (2)

- $\mu$ 粒子崩壊事象が有意に存在

$$N_{\text{obs}}(t) \geq n_{\text{bkg}} + 3\sqrt{n_{\text{bkg}}}$$

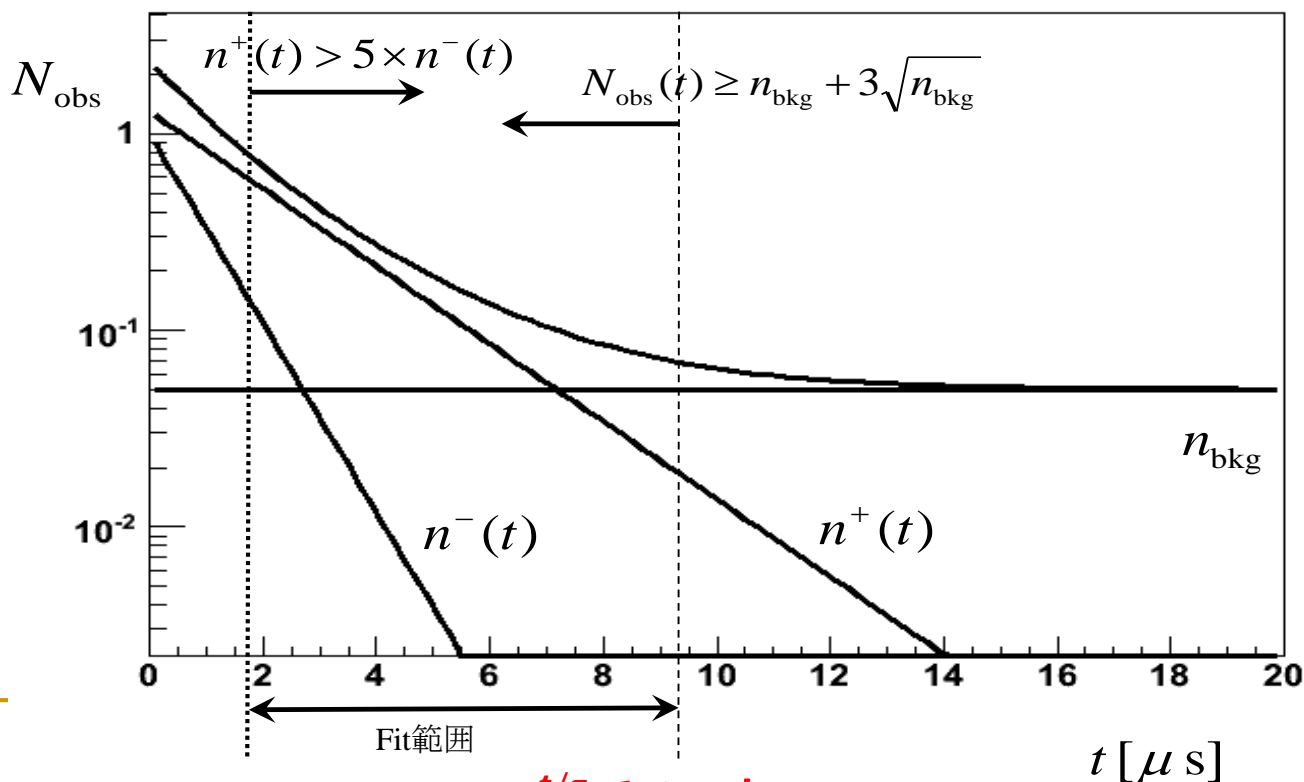
- bkg数の統計的ゆらぎ:  $\sigma = \sqrt{n_{\text{bkg}}}$

- 観測事象数が予想されるbkgの数よりも有意(3 $\sigma$ 以上)に多い

- $\mu^-$ の寄与が $\mu^+$ に対して少ない

$$n^+(t) > 5 \times n^-(t)$$

$$1.3 \cdot \exp(-x/2.2) + 1.0 \cdot \exp(-x/0.9) + 0.05$$



$$N_{\text{obs}} = C \cdot e^{-t/\tau} \text{でフィット}$$

# Fitting範囲 (2)

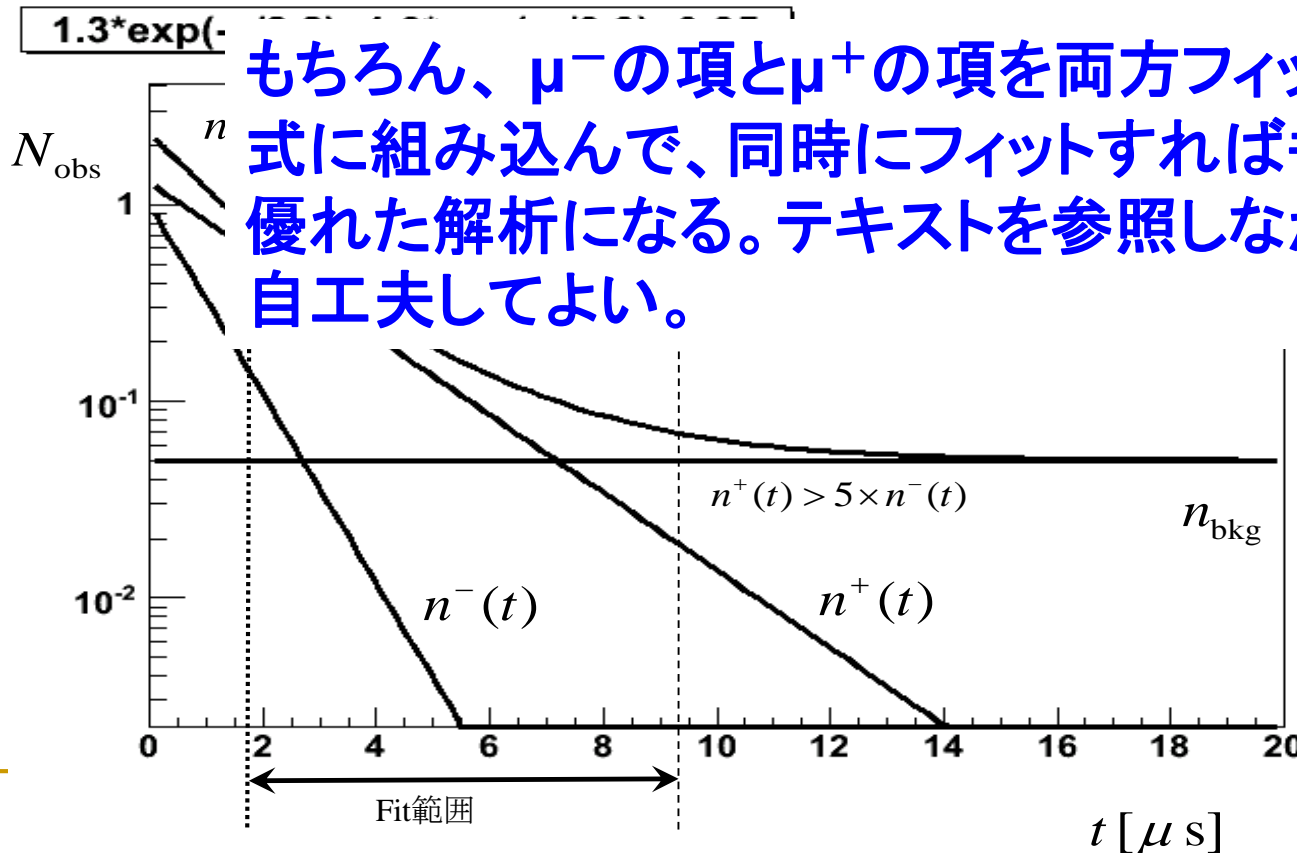
- $\mu^-$  粒子崩壊事象が有意に存在

$$N_{\text{obs}}(t) \geq n_{\text{bkg}} + 3\sqrt{n_{\text{bkg}}}$$

- 観測事象数が予想されるbkgの数よりも有意(3 $\sigma$ 以上)に多い
- bkg数の統計的ゆらぎ:  $\sigma = \sqrt{n_{\text{bkg}}}$

- $\mu^-$  の寄与が  $\mu^+$  に対して少ない

$$n^+(t) > 5 \times n^-(t)$$



# より高度なフィット手法

$$n_-^{\text{decay}}(t) = kN_0^- \exp(-t/\tau_-) \quad \tau_- = \frac{1}{k+\Lambda} \quad (\Lambda: \text{原子核捕獲の確立})$$

( $\mu^-$ の崩壊の時間分布、原子核捕獲の効果は引いてある。)

$$n_+^{\text{decay}}(t) = kN_0^+ \exp(-t/\tau) \quad \tau = \frac{1}{k} \quad (\text{純粹に}\mu\text{粒子の寿命})$$

$$n^{\text{bkg}}(t) = \text{Const} \quad (\text{時間によらず一定})$$

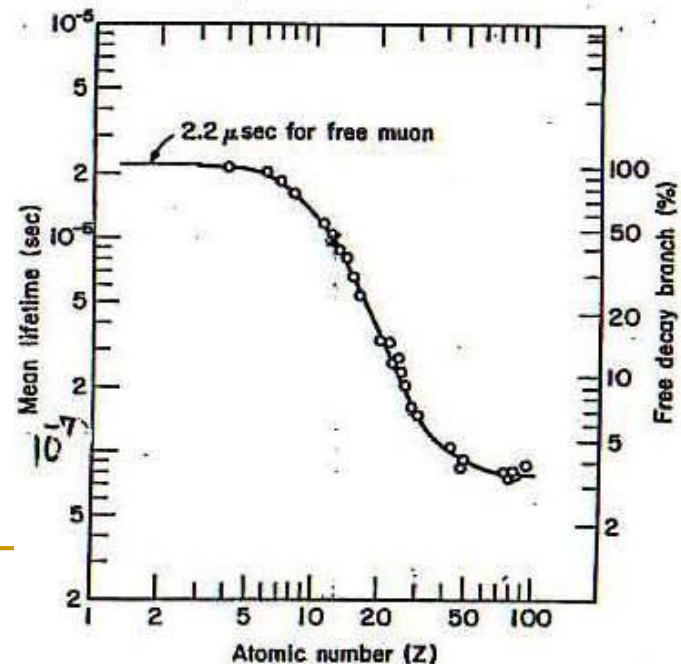
データは上記3つの項の足し合わせになっているはず:

$$\begin{aligned} n_{\text{data}}(t) &= n_-^{\text{decay}}(t) + n_+^{\text{decay}}(t) + n^{\text{bkg}} \\ &= A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_-}\right) + B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C \end{aligned}$$

赤の数値をフィットのパラメタとしてフィットすれば、バックグラウンド、 $\mu$ 粒子の寿命、原子核捕獲の確率、宇宙線中の $\mu^-$ と $\mu^+$ の比率B/Aをすべてデータから測定する事ができる。

# ストッパーの種類

- 金属板で手を切らないように気を付けること！
- 金属の種類と、原子番号
  - アルミ13、ステンレス(鉄)26、銅29、チタン22
  - アクリル:CとHがほぼ1:1。 $Z \sim 0.5 * (1 + 6) \sim 3.5$ なので、下図を見ると原子核捕獲はほとんど効かない。
- 他の班のデータをもらって、異なる金属データを解析してみると、原子核捕獲の効果をよく理解できる。



# 発展課題の例

- ❑ ストッパー金属板の違いによるフィット結果の違い
  - ほかの班のデータをもらう
- ❑ 測定結果のデータ取得期間の長さに対する依存性
  - MS Teams上にあるオンライン授業用のデータを使用
- ❑ フィット関数を工夫してみる
  - P31より高度な解析のためのヒント
- ❑ LHC-ATLAS実験のデータを解析してみる
  - テキストの付録B
  - Z粒子の質量ピークを再構成してみる。できればフィットして質量を測定する。
  - $J/\psi$ など軽い $\mu^+\mu^-$ に崩壊する粒子を探してみる。

# データテイキングを止める

以下を同時に押して、データテイキングを止める

- スケーラーの「Stop」ボタン
- データテイキング・ソフトの「Terminate」ボタン



---

# 解析の準備

# 解析の準備

## 全学計算機システムへログインできる環境整備

- テキスト巻末の「ミューオン寿命測定 データ解析の準備」参照。
- PCを持っている人
  - 「全学計算機システムを使用する場合」に従い、VNCビューアーをインストール・セットアップする。
- 教室のLinuxを借りる人
  - 次のコマンドを打ち込み、全学Linuxにログインする。  
`ssh -l ユーザ名 -Y kiri.u.tsukubai.ac.jp`

## 解析の準備(2)

- 全学Linuxにログイン出来たら、テキスト付録E,F,Gを試し、使い方に慣れる。

# 解析プログラムを使った解析手順

0. 全学計算機システムLinuxにログインする
1. binningを決定してヒストグラムを作成
  - ROOTというsoftwareで mkhist20.C という script を使用
2.  $n_{bkg}$ の見積もり, 入力
  - 方法1:  $10\mu\text{s} - 20\mu\text{s}$ の事象数から
  - 方法2: スケーラーの読みから手計算
3. Fitting範囲の決定, 入力
  - $N_{obs}(t) \geq n_{bkg} + 3\sqrt{n_{bkg}}$
  - $n^+(t) \geq 5 \times n^-(t)$   $N_0^+ : N_0^- = 1.3 : 1$ を使う
4. Fittingして、ミュー粒子の寿命が求まる
5. 結果のsave
  - フィッティングの様子をスナップショットを取って自分のPCにセーブする。

# 解析PCで (テキストP23)

## ■ ログインする

- Login: group[1-4]
- Pass: (黒板)

## ■ ホームディレクトリは、班の全員が共有。

- 全員が同じファイルを編集したりすると、いけない。
- 各自、ホーム以下に自分の名前のディレクトリを作成し、そこで作業すること。
  - mkdir <名前>
  - ls で<名前>ディレクトリができたことを確認。
  - cd <名前>

# Unix(Linux)入門 (1)

-  ログイン(Login)する

User: group1~4

Password: tsukuba1~4

- 大文字・小文字は区別される
- パスワードは打ち込んだ文字は画面にでない

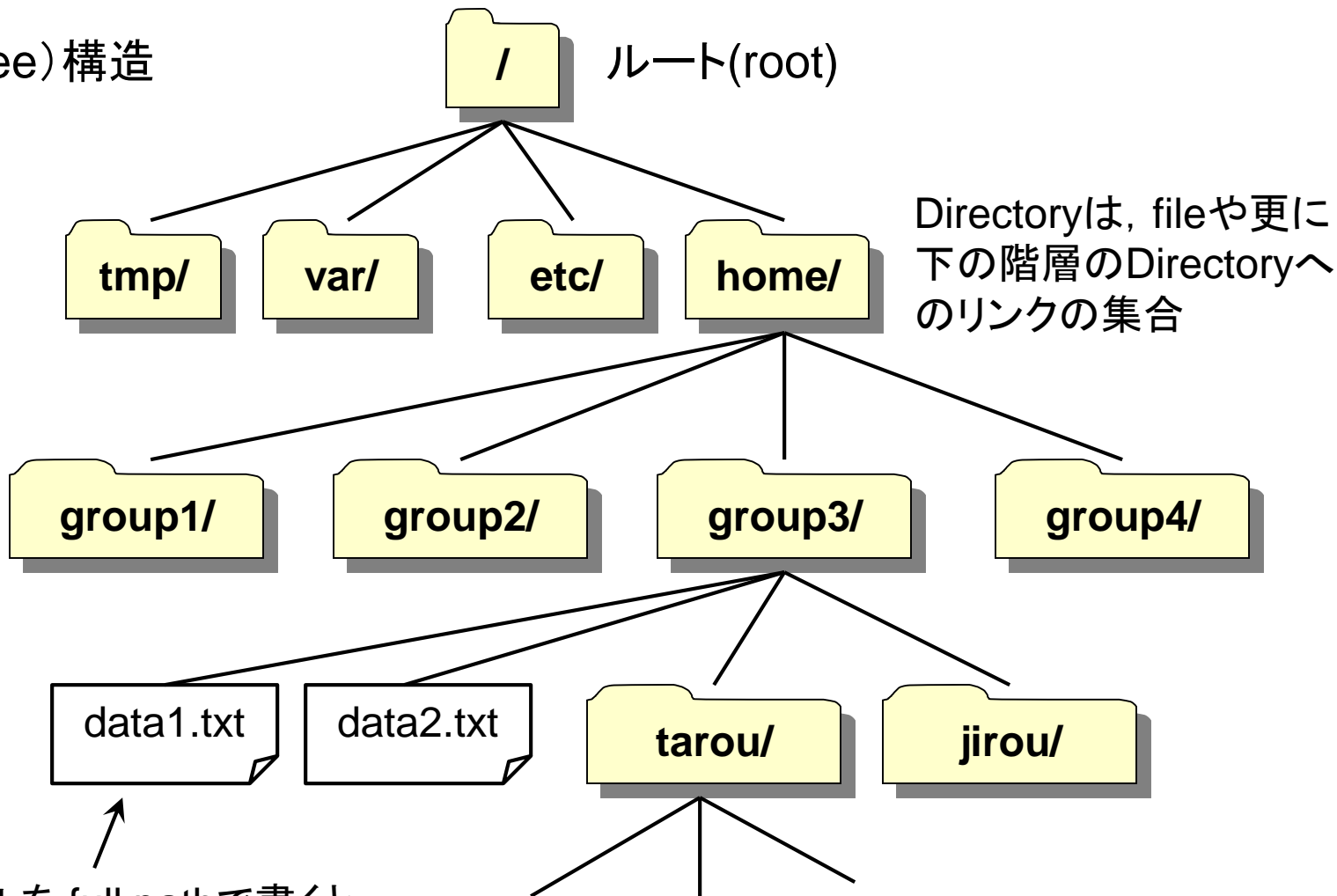
-  ターミナル(Terminal)ウィンドウを開く

- 計算機と文字(ASCIIキャラクター)を使って情報のやり取りを行うアプリケーション
- この中でシェル(Shell)が動く
  - シェル(Shell)
    - ユーザーからの命令入力を受け付け,カーネル(Kernel)に伝える
    - コマンド入力を促すプロンプト(Prompt)が出る

`[group1@hepe3pc7 ~]$` ■ ←カーソル

# ファイルシステム

木 (tree) 構造



Directoryは, fileや更に下の階層のDirectoryへのリンクの集合

このファイルを full path で書くと  
**/home/group3/data1.txt**

# Unix(Linux)入門 (2)

-  現在のdirectoryを調べる

  - \$ `pwd` ← (Print Working Directoryの略)

  - `/home/group1` ← アカウト(group1)のhome directory

    - ログインした直後は,home directoryにいる

- fileやdirectoryの指定方法

  - 絶対パス(path)指定

    - root directory(/)からの位置指定

      - `/home/group3/tarou/`      … directoryを指定(最後の/は省略可)

      - `/home/group3/data1.txt`    … fileを指定

  - 相対パス指定

    - 現在のdirectoryからの相対位置による指定

    - `/home/group3/` において

      - `data1.txt`            = `/home/group3/data1.txt`


      - `tarou/mydata.txt` = `/home/group3/tarou/mydata.txt`



# Unix(Linux)入門 (3)

- “.”, “..”, と “~”
    - “.”(ドット)は, 現在のdirectory(current directory)を表す
    - “..”は, 親directory(parent directory)を表す
  - . = /home/group3の場合
    - ./tarou = /home/group3/tarou
    - ../ = /home/
    - ../group2 = /home/group2
  - “~”は, home directoryを表す
- group3 アカウトの場合
- ~/ = /home/group3/
  - ~/tarou = /home/group3/tarou

# Unix(Linux)入門 (4)

-  home directoryの下に自分の作業directoryを作る
  - mkdir 引数 (make directoryの略)
    - 引数で与えられたdirectoryを作成する
  - 各自, 各グループのアカウントのhome directoryにいる状態で  
`$ mkdir directory名` ←

group3 アカウントの場合

```
mkdir tarou
```

```
mkdir ~/tarou
```

```
mkdir /home/group3/tarou
```

全て同じ動作

# Unix(Linux)入門 (5)

-  directoryを移動する

- cd 引数 (change directoryの略)

- 引数で与えられたdirectoryへ移動

- 引数が省略された場合はhome directoryへ移動

- 各自の作成したdirectoryへ移動

```
$ cd directory名←
```


```
$ pwd←
```

```
cd      home directoryへ移動
```

```
cd ..   親directoryへ移動
```

```
cd .    current directoryへ移動(つまり何も起こらない)
```

# Unix(Linux)入門 (6)

-  directory内のfile/directoryリストを表示
  - ls 引数 (listの略)
    - 引数で与えられたdirectoryのfile/dirリストを表示
    - 引数が省略された場合はcurrent directoryのfile/dirリストを表示

\$ **ls**↵ current directoryのfile/dirリスト  
何も表示されない⇔何もfile/dirがない

\$ **ls ~**↵ home directoryのfile/dirのリスト  
同じグループの人が作成したdirectoryが見えるはず

\$ **ls /home/wmass/zmass**↵  
色々ファイルが置いてある

\$ **ls -l /home/wmass/zmass/muon.kumac** ↵  
-rw-r--r-- 1 root exp3 13984 Dec 24 2003 /home/wmass/zmass/muon.kumac  
ファイルの詳細な情報が見える

# Unix(Linux)入門 (7)

## ■ シェル(Shell)の便利な機能

### □ History機能

- 過去に入力したコマンドがカーソルキーの↑↓でプロンプトに現れる

### □ パス名補完機能

- 途中までpathを入力した時点でTabキーを押すと残りを補完してくれる

\$ ls /h[Tab]                   → ls /home/

\$ ls /home/w[Tab]              → ls /home/wmass

\$ ls /home/wmass/z[Tab]  
                                  → ls /home/wmass/zmass/

### □ 複数の候補がある場合は, uniqueに決まるところまで補完される

- /abc1 と /abc2 がある場合

/a[Tab]   → /abc

# Unix(Linux)入門 (8)

## ■ ファイルのコピー・移動・削除

- ファイルのコピー: `cp` 引数1 引数2 (copyの略)

```
$ cp /home/wmass/exp3/mkhist.C ./↵
```

- `/home/wmass/exp3/mkhist.C` をcurrent directoryへコピー

```
$ ls          ちゃんとコピーされているか確認
```

- ファイルの移動: `mv` 引数1 引数2 (moveの略)

- `mv ~/AL.dat ~/tarou/`

home directoryにあるAL.datを~/tarouというdirectoryへコピー

- `mv AL.dat AL2.dat`

current directoryにあるAL.datをAL2.datという名前に変更

- ファイルの削除: `rm` 引数 (removeの略)

- **(注意)一度消したファイルは,復活しない**

# Unix(Linux)入門 (9)

## ■ その他のコマンド

```
$ less ***.txt
```

- text fileの内容を見る: less 引数

- カーソル上下, スペースキーでページ送り, qで終了

```
$ a2ps ***.txt
```

- text fileを印刷

```
$ gv ***.ps
```

- PostScript言語で描かれた絵を表示する

```
$ lpr ***.ps
```

- PostScript言語で描かれた絵を印刷する

```
$ emacs ***.***
```

- ファイルを編集する

## ■ 拡張子

- ファイルの種類(text, PostScript, etc)は,ファイル名に拡張子をつけて  
区別(\*\*\*.txt, \*\*\*.ps)

# 作業開始

- mkdir [自分の名前]
- cd [自分の名前]
  
- cp /home/wmass/exp3/mkhist.C ./
- cp ~/[データファイル名] ./
  
- root



---

# 必要に応じて授業中に見せる

# フィット下限の求め方ヒント

- $\mu$ 粒子崩壊事象が有意に存在

$$N_{\text{obs}}(t) \geq n_{\text{bkg}} + 3\sqrt{n_{\text{bkg}}}$$

- $N_{\text{obs}}$ はデータから目で読む。 $n_{\text{bkg}}$ は、バックグラウンドの見積もりより。

- $\mu^-$ の寄与が $\mu^+$ に対して少ない

$$n^+(t) > 5 \times n^-(t)$$

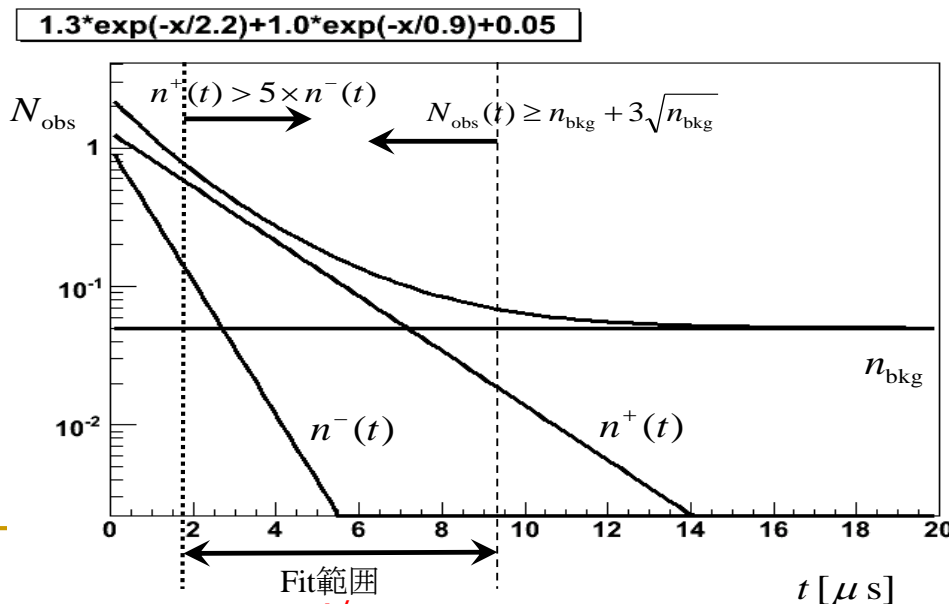
- $n^+(t) = n^+(0) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$ ,  $n^-(t) = n^-(0) \times e^{-\frac{t}{\tau_-}}$

$$\frac{n^+(t)}{n^-(t)} = \frac{n^+(0)}{n^-(0)} \times \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{e^{-\frac{t}{\tau_-}}}$$

$\tau \sim 2.2 \mu\text{s}$ は、この計算にだけ使ってよい。

$$\tau_- = \frac{1}{k+\Lambda} = \frac{1}{\frac{1}{\tau} + \Lambda}, \Lambda \sim 56 \times Z^{3.7} \text{ (テキストP28最後あたり)}$$

~ 1.3 (テキストP29上のほう)



$N_{\text{obs}} = C \cdot e^{-t/\tau}$ でフィット