素粒子物理学 後半 レポート問題 No.3　　　　　　　　　　　2018/7 Y.Takeuchi

1. 2体→2体の粒子衝突において，入射粒子(粒子1)の標的粒子(粒子2)に対するフラックスFは，粒子1,2の相対速度をv_{12}とすると $F=2E_1\cdot 2E_2\cdot v_{12}$ となる．（但し$\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2$)

$$v_{12}=\left|\frac{\vec{p}_1}{E_1}-\frac{\vec{p}_2}{E_2}\right|$$

を使い，

$$F=4\sqrt{(p_1\cdot p_2)^2-m_1^2m_2^2}$$

を示せ．更に粒子1,2の重心系において，粒子1,2の運動量の大きさをpとすると，

$$F=4p\sqrt{s}$$

となることを示せ．($s\equiv(p_1+p_2)^2$. 重心系では$s=(E_1+E_2)^2$)

また，質量mの粒子の二体崩壊のdLIPSが，重心系において

$$d\Phi_2(m;p_3,p_4)=\frac{1}{4(2\pi)^2}\frac{p_3}{m}d\Omega_3$$

と書けることから，2体→2体の粒子衝突の断面積が

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p_f}{p_i}|\mathcal{M}|^2$$

となることを示せ．($p_i(p_f)$: 重心系での始(終)状態の運動量の大きさ)

2. 荷電カレントによるνe散乱($\nu_e+e\to\nu_e+e$)の断面積は，

$$\sigma=\frac{G_F^2}{\pi}\frac{(s-m_e^2-m_\nu^2)^2}{s}$$

で与えられる．静止している電子標的に高エネルギー$E_\nu(E_\nu\gg m_e\gg m_\nu)$の$\nu_e$が衝突するとき，

$$\sigma\sim 1.7\times 10^{-41}E_\nu\,\mathrm{cm}^2 \qquad E_\nu \text{ in GeV}$$

となることを示せ．ただし $G_F\sim 1.17\times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}$, $\hbar c\sim 197\,\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}$ とする．

また，低速ニュートリノの場合どうか？

例えばニュートリノ(relic neutrino, $T=1.95K$)の運動量を $p_\nu=5.2\times10^{-4}$ eV，ニュートリノ質量を$m_\nu=50$ meV とした場合，このニュートリノと静止している電子標的との荷電カレントによる散乱断面積を求めよ．

1. In a two-body-to-two-body reaction, the flux F of the incident particle (particle1) to the target particle (particle2) is to be written as $F = 2E_1 \cdot 2E_2 \cdot v_{12}$, where v_{12} denotes the relative velocity of the particle 1 w.r.t. the particle 2, and $\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2$ is supposed. By using the relation

$$v_{12} = \left| \frac{\vec{p}_1}{E_1} - \frac{\vec{p}_2}{E_2} \right| ,$$

show

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} .$$

And if we let p be the magnitude of the momentum of the particle 1 or 2 in the center of mass system of the particle 1 and 2, show

$$F = 4p\sqrt{s} ,$$

where $s \equiv (p_1 + p_2)^2$. Especially $s = (E_1 + E_2)^2$ in the CM system.

The dLIPS of a two-body decay of a particle with mass m in the center of mass system can be described as follows:

$$d\Phi_2(m; p_3, p_4) = \frac{1}{4(2\pi)^2} \frac{p_3}{m} d\Omega_3 .$$

Using this, show that a cross-section of a two-body-to-two-body reaction can be described as below:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathcal{M}|^2 .$$

2. The cross-section of the νe scattering via charged current is calculated to be

$$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \frac{(s - m_e^2 - m_\nu^2)^2}{s}$$

In case that a ν_e with high enrgy $E_\nu (E_\nu \gg m_e \gg m_\nu)$ collides with an electron target at rest, show the following:

$$\sigma \sim 1.7 \times 10^{-41} E_\nu \, \mathrm{cm}^2 \qquad E_\nu \text{ in GeV}$$

by using $G_F \sim 1.17 \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}$, where we suppose $\hbar c \sim 197\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm}$

Next, consider a slow neutrino, for example, in the case of a neutrino with the momentum of $p_\nu = 5.2 \times 10^{-4}$ eV and the mass of $m_\nu = 50\,\mathrm{meV}$, calculate the cross-section of the neutrino with an electron target at rest.