素粒子物理学 レポート問題 No.1

Jun 3, 2019

[1]

微分要素 $d^4x = dx^0 \wedge dx^1 \wedge dx^2 \wedge dx^3$,

及び $\dfrac{d^3p}{E} = \dfrac{dp_x \wedge dp_y \wedge dp_z}{E'}$（但し $p^2 = E^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m^2$）が Lorentz invariant

であることを，以下のような x軸方向への速度βの Lorentz boost の場合に示せ.

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

（hint1）微分形式で $dt \wedge dx = -dx \wedge dt$, $dt \wedge dt = dx \wedge dx = 0$ という関係を使う

（hint2）$E^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m^2$ なので $EdE = p_x dp_x + p_y dp_y + p_z dp_z$

[2]

$A^\mu = \dfrac{a}{i\omega} \epsilon^\mu \exp(-ik^\nu x_\nu)$

但し $k^\mu = (\omega, \vec{k})$ $x^\mu = (t, \vec{x})$ $\epsilon^\mu = (0, \vec{\epsilon})$ $k^2 = 0, k\epsilon = 0$

のとき，$\Box A^\mu = 0$, $\partial_\mu A^\mu = 0$, $\vec{E} = a\vec{\epsilon}\exp(-ikx)$, $\vec{B} = \dfrac{a}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\epsilon})\exp(-ikx)$ を

計算して確かめよ.