

[1].

光子と反fermionが光子を吸収する場合を考える. 反fermion運動量が変化($0 \rightarrow p\hat{z}$). スピンが z 軸成分で $+1/2$ から $-1/2$ へと -1 変化($\chi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$)した.

この時の相互作用ポテンシャルのスピン部分

$$\bar{v}_1(\vec{0})\gamma^\mu v_2(p\hat{z})\varepsilon_\mu \quad v_{1(2)} \text{ は始(終)状態の反fermion spinor, } \varepsilon \text{ は光子の偏極ベクトル}$$

を計算し, 光子のスピンは, $J_z = -1$ (すなわち $\varepsilon^\mu = (0, 1, -i, 0)$)でなければならないことを示し, 角運動量保存を確認せよ.

[2].

反fermionの Dirac spinor は, 2成分spinor を χ として

$$v = N \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \\ \chi \end{pmatrix}$$

と書ける. 今 $m = 0$ とし, 運動方向を $+z$ 方向とすると $P_L v = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)v$ では反fermionのスピンが $+z$ 方向, すなわちhelicity (+)のみが許されることを示せ.

反fermionの 2 成分spinor は $+z$ 方向スピン $\chi_\uparrow = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $-z$ 方向スピン $\chi_\downarrow = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ に注意.

[3].

Chirality 固有状態は, 0でない質量を持たないことを示せ.

($\gamma^5 \psi = \psi$, もしくは $\gamma^5 \psi = -\psi$ のとき Dirac 方程式 $(\gamma^\mu i\partial_\mu - m)\psi = 0$ から $m=0$ を導け.)

[4].

C(荷電共役)変換において Left-handed chirality は, Right-handed chirality となることを確かめよ.

$$\gamma^5 \psi_L = -\psi_L \xrightarrow{C} \gamma^5 (\psi_L)^C = (\psi_L)^C$$

where $\psi^C = C\bar{\psi}^T = i\gamma^2 \psi^*$