

素粒子物理学

— 電弱統一理論 GWS(EWSB後) —

素粒子物理学

OAJC041/O1BC098

2025年度春bc

武内勇司

標準模型の枠組み

これまで、Fermion場（Quark/Lepton 3世代）、Higgs場の $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ不変なLagrangianを作った。

- 局所ゲージ不変性の要求から4つのゲージ場(B_μ, A_μ^l)が導入された。
 - Fermion場, Higgs場とゲージ場の相互作用。
 - これらのゲージ場の質量は0。
⇔ SMのゲージ場は, photon(γ), weak boson (W^+, W^-, Z^0)
photon はmassless だが weak boson は, massive
- Fermion場は質量が0。
- Higgs場は, 4乗までの自己エネルギー項。
- ゲージ不変なFermion場とHiggs場の結合（湯川結合）項を導入。
 - LカイラリティとRカイラリティのFermion場の結合項が導入された。
 - 湯川結合行列が対角行列となるように, Quark では二重項上成分, Leptonでは二重項下成分の世代が定義された。
 - Quarkの二重項下成分, Lepton の二重項上成分は, 世代間で混合した結合になる。

自発的対称性の破れ (Electro-Weak Symmetry Breaking)

Higgs場の自己エネルギーポテンシャル

$$V(\Phi) \equiv -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

このポテンシャルは $-\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$ とすると

$$\frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

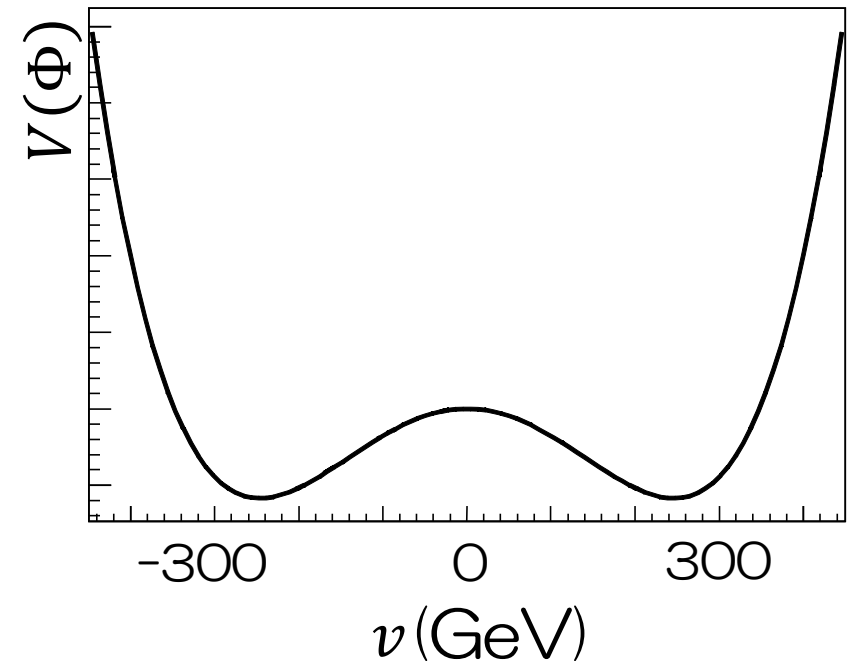
で最小になる.

- これを真空と再定義
- この真空を基準とした場を ϕ で定義
→ ヒッグス粒子
- χ^l の3つのパラメータは自由なので0に固定
→ 3つの自由度消失

自発的対称性の破れ

Φ は二重項なので4つの実パラメータで書ける.

$$\Phi = e^{i\frac{\tau^l}{2}\chi^l} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$



$$\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix} \quad \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

EWSB後のFermion-Higgs湯川結合項

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{Yukawa}} = -y_\ell^j (\bar{L}_L^j \Phi) \ell_R^j - y_\nu^j [(\bar{L}_L U_\nu)^j \tilde{\Phi}] \nu_R^j + \text{h.c.}$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = -\left(m_\ell^j + \frac{y_\ell^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{\ell}^j \ell^j - \left(m_\nu^j + \frac{y_\nu^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{\nu}^j \nu^j$$

$$\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\Phi} \equiv i\tau^2 \Phi^* \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + \phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

Φ のSU(2)回転固定によって、 $L_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix}$ についてもSU(2)回転の第3軸が決まる。

第1軸、第2軸周りの回転の自由度は失われるが、 L_L には第3軸周りの回転とのU(1)の自由度が残されており、それらは ν_L と ℓ_L のそれぞれ個別のU(1)位相の自由度とすることができる。

flavor 固有状態

$$\nu^j \equiv U_\nu^{jk} \nu^k$$

PMNS行列

質量固有状態

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{Yukawa}} = -y_d^j [(\bar{Q}_L^j U_d)^j \Phi] d_R^j - y_u^j (\bar{Q}_L^j \tilde{\Phi}) u_R^j + \text{h.c.}$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{mass}} = -\left(m_d^j + \frac{y_d^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{d}^j d^j - \left(m_u^j + \frac{y_u^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{u}^j u^j$$

flavor 固有状態

$$d^j \equiv U_d^{jk} d^k$$

CKM行列

質量固有状態

$$m_f^j \equiv \frac{y_f^j v}{\sqrt{2}} \quad f = \ell, \nu, u, d$$

EWSB後のFermion-Higgs湯川結合項

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = - \left(m_{\ell}^j + \frac{y_{\ell}^j}{\sqrt{2}} \phi \right) \bar{\ell}^j \ell^j - \left(m_{\nu}^j + \frac{y_{\nu}^j}{\sqrt{2}} \phi \right) \bar{\nu}^j \nu^j$$

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{mass}} = - \left(m_d^j + \frac{y_d^j}{\sqrt{2}} \phi \right) \bar{d}^j d^j - \left(m_u^j + \frac{y_u^j}{\sqrt{2}} \phi \right) \bar{u}^j u^j$$

$$m_f^j \equiv \frac{y_f^j v}{\sqrt{2}} \quad f = \ell, \nu, u, d$$

flavor 固有状態 質量固有状態

$$\nu^j \equiv U_{\nu}^{jk} \hat{\nu}^k$$

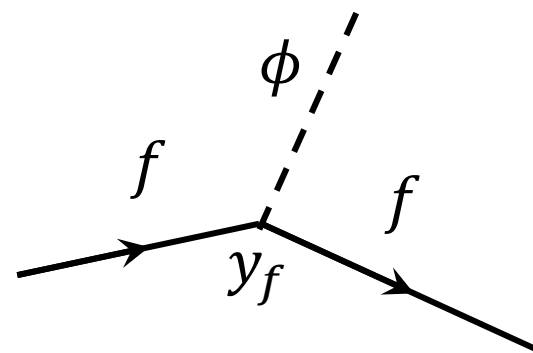
PMNS行列

$$d^j \equiv U_d^{jk} \hat{d}^k$$

CKM行列

EWSBによって, Fermion-Higgs場の湯川結合から

- Fermion の質量
- 質量に比例した強さを持つFermion と Higgs の結合
- 質量固有状態とflavor固有状態は, 同一でなく混合 (PMNS行列, CKM行列)



flavor固有状態: 弱アイソスピン二重項で Leptonなら (e, μ, τ) , Quark なら (u, c, t) の相方

Leptonとゲージ場との相互作用項

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin}} &= \bar{L}_L^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell L}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) L_L^j + \bar{\ell}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell R}}{2} B_\mu \right) \ell_R^j + \bar{\nu}_R^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu_R^j \\ &= \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j + \bar{L}_L^j \gamma^\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overset{\text{v-vと結合}}{-gA_\mu^3 + g'B_\mu} & \overset{\text{v-}\ell\text{と結合}}{-g(A_\mu^1 - iA_\mu^2)} \\ -g(A_\mu^1 + iA_\mu^2) & gA_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} L_L^j \\ &\quad + \bar{\ell}_R^j \gamma^\mu (g'B_\mu) \ell_R^j\end{aligned}$$

$$\times \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \overline{(\psi_L + \psi_R)} \gamma^\mu (\psi_L + \psi_R) = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$$

vector current は, L/R current の和

ゲージ場 B_μ と A_μ^3 は, 混合する。

- v-vと結合 するゲージ場として $\text{Zボゾン}(Z_\mu)$ を定義
- $\text{v-}\ell\text{と結合}$ するゲージ場として $\text{Wボゾン}(W_\mu)$ を定義
- Wボゾンは, LカイラリティFermionとのみ結合
- ZボゾンはU(1)ゲージ場が混ざってくるので純粋なLカイラリティFermionとの結合ではない。

} ※この段階では, まだZやWが質量固有状態か定かでない

Leptonとゲージ場との相互作用項

$$W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 - iA_\mu^2) \quad \leftarrow W^+ \text{ ボゾン}$$

$$W_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 + iA_\mu^2) \quad \leftarrow W^- \text{ ボゾン}$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad \leftarrow Z \text{ ボゾン}$$

$\leftarrow$ フォトンは、Zボゾンと直交する場として定義

$$\cos\theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

$$\sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

$$e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g\sin\theta_W$$

θ_W : Weinberg角

$\sin^2\theta_W \sim 0.23$

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin}} = \bar{\ell}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \nu^j$$

$$+ \bar{L}_L^j \gamma^\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu & -\sqrt{2}gW_\mu \\ -\sqrt{2}gW_\mu^\dagger & 2eA_\mu + \frac{g}{\cos\theta_W} (1 - 2\sin^2\theta_W) Z_\mu \end{pmatrix} L_L^j$$

$$+ \bar{\ell}_R^j \gamma^\mu \left(eA_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} \sin^2\theta_W Z_\mu \right) \ell_R^j$$

Leptonとゲージ場との相互作用項

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin}} &= \bar{\ell}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \nu^j - \frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ (\bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j)^\dagger W_\mu + \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j W_\mu^\dagger \right\} \\ &\quad + e \bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j A_\mu - \frac{g}{\cos \theta_W} \left(\frac{1}{2} \bar{\nu}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j - \frac{1}{2} \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \ell_L^j + \sin^2 \theta_W \bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j \right) Z_\mu \\ &= \bar{\ell}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i \partial_\mu \nu^j - \frac{g}{\sqrt{2}} (J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W_\mu^\dagger) - e J_{\text{EM}}^\mu A_\mu - \frac{g}{\cos \theta_W} J_Z^\mu Z_\mu\end{aligned}$$

$$J^\mu \equiv \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j$$

weak charged current
pure left-handed

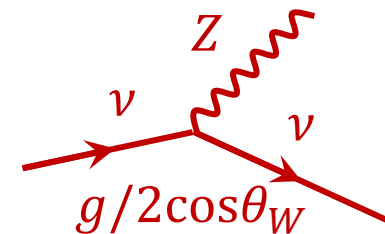
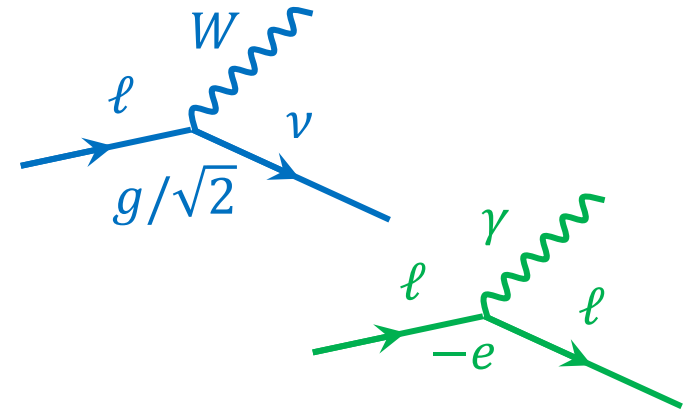
$$J_{\text{EM}}^\mu \equiv (-) \bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j$$

EM current

$$J^{3\mu} \equiv \bar{L}_L^j \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} L_L^j = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j - \frac{1}{2} \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \ell_L^j$$

$$J_Z^\mu \equiv J^{3\mu} - \sin^2 \theta_W J_{\text{EM}}^\mu$$

weak neutral current
EM current が混ざっており pure
left-handed ではない。



Quarkとゲージ場との相互作用項

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{kin}} &= \bar{Q}_L^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{QL}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) Q_L^j \\ &\quad + \bar{u}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{uR}}{2} B_\mu \right) u_R^j + \bar{d}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{dR}}{2} B_\mu \right) d_R^j \\ &= \bar{u}^j \gamma^\mu i\partial_\mu u^j + \bar{d}^j \gamma^\mu i\partial_\mu d^j - \frac{g}{\sqrt{2}} (J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W_\mu^\dagger) - e J_{EM}^\mu A_\mu - \frac{g}{\cos \theta_W} J_Z^\mu Z_\mu\end{aligned}$$

$$J^\mu \equiv \bar{d}_L^j \gamma^\mu u_L^j \quad \text{weak charged current}$$

$$J_{EM}^\mu \equiv + \left(\frac{2}{3} \right) \bar{u}^j \gamma^\mu u^j + \left(-\frac{1}{3} \right) \bar{d}^j \gamma^\mu d^j \quad \text{EM current}$$

$$J^{3\mu} \equiv \bar{Q}_L^j \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} Q_L^j = \frac{1}{2} \bar{u}_L^j \gamma^\mu u_L^j - \frac{1}{2} \bar{d}_L^j \gamma^\mu d_L^j$$

$$J_Z^\mu \equiv J^{3\mu} - \sin^2 \theta_W J_{EM}^\mu \quad \text{weak neutral current}$$

ゲージ場とHiggs場との結合項

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left| \left(i\partial_\mu - g' \frac{1}{2} Y_H B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) \Phi \right|^2 + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

$$= \left| i\partial_\mu - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} gA_\mu^3 + g'B_\mu & g(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ g(A_\mu^1 + iA_\mu^2) & -gA_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \Phi \right|^2 - V(\Phi)$$

$$= \left| i\partial_\mu - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2eA_\mu + \frac{g}{\cos\theta_W} (1 - 2\sin^2\theta_W) Z_\mu & \sqrt{2}gW_\mu \\ \sqrt{2}gW_\mu^\dagger & -\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \end{pmatrix} \Phi \right|^2 - V(\Phi)$$

$$V(\Phi) \equiv -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

- 真空の再定義 $\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix}$ により, WボゾンとZボゾンが質量をもつ。
(Φ が失った3自由度が3つのボゾンに質量を与えた)
また, WボゾンとZボゾンとHiggsとの相互作用も生じる。
- フォトンの質量項は Φ 二重項の上成分を0としたので存在しない。

EWSB後のゲージ場とHiggs場との結合項

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu (v + \phi)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^2 (v + \phi)^2 + \frac{1}{2} \mu^2 (v + \phi)^2 - \frac{\lambda}{8} (v + \phi)^4$$

$$= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^2 + \frac{g^2 (2v\phi + \phi^2)}{4} \left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^2 \right)$$

Wボゾン質量

Zボゾン質量

$hWW, hhWW, hZZ, hhZZ$ 結合

$$+ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{\lambda v^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda v}{2} \phi^3 - \frac{\lambda}{8} \phi^4 - V \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right)$$

h 運動エネルギー

h 質量

hhh

$hhhh$

真空

$$M_W \equiv \frac{gv}{2}$$

$$M_Z \equiv \frac{M_W}{\cos \theta_W} = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v$$

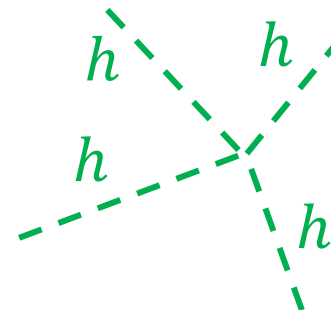
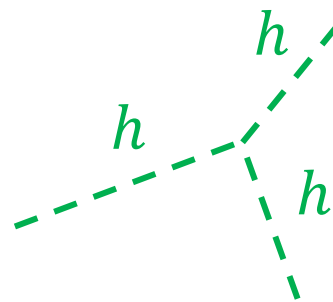
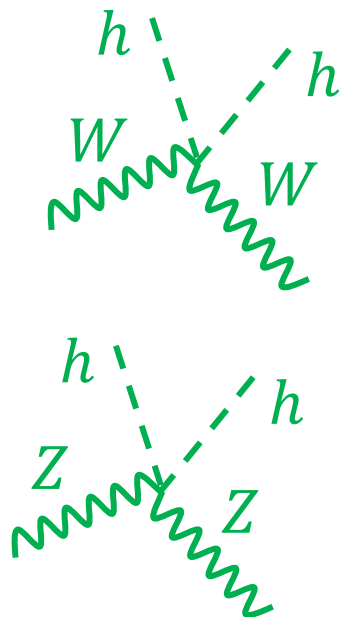
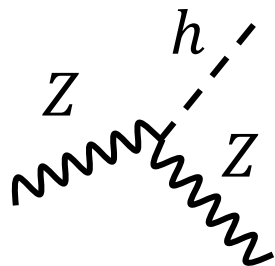
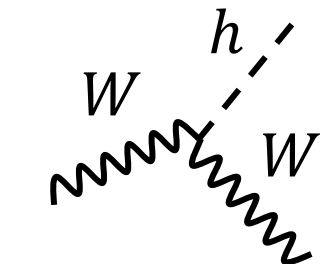
$$m \equiv \sqrt{\lambda} v = \sqrt{2} \mu$$

$$\frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

Higgsポテンシャルの極小からのずれの場合 ϕ も質量を得た！ → Higgs粒子(h)

EWSB後のゲージ場とHiggs場との結合項

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^2 + \left(g M_W \phi + \frac{g^2}{4} \phi^2 \right) \left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^2 \right) \\ + \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu \phi)^2 - m^2 \phi^2 \right] - \frac{m \sqrt{\lambda}}{2} \phi^3 - \frac{\lambda}{8} \phi^4 - V \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right)$$



※これら(緑色)の相互作用は実験的には未確認

EWSB後のゲージ場のエネルギー運動量項

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^l - \partial_\nu A_\mu^l - g\epsilon_{lmn}A_\mu^m A_\nu^n)^2$$

$$A_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu + W_\mu^\dagger) \quad A_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu - W_\mu^\dagger) \quad \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge}} = & -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - \frac{1}{4}(\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu)(\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) \\ & -\frac{1}{2}\{\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - ig(W_\mu A_\nu^3 - A_\mu^3 W_\nu)\}^\dagger \{\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu - ig(W^\mu A^{3\nu} - A^{3\mu} W^\nu)\} \\ & +ig(\partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3)W^{\mu\dagger}W^\nu + \frac{g^2}{2}(W_\mu^\dagger W^{\dagger\mu}W_\nu W^\nu - W_\mu W^\nu W^{\dagger\mu}W_\nu^\dagger) \end{aligned}$$

EWSB後のゲージ場のエネルギー運動量項

$$F_{\mu\nu}^A \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad F_{\mu\nu}^Z \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \quad \text{を定義}$$

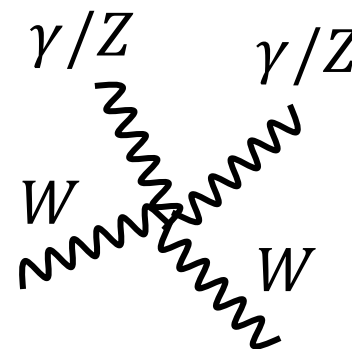
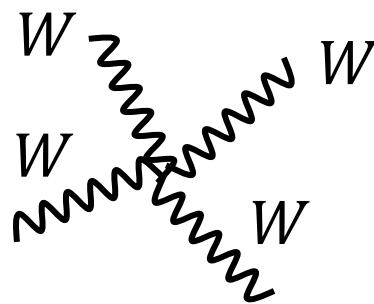
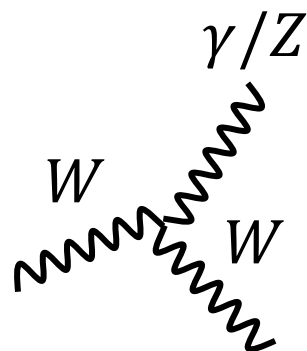
$$\mathcal{D}_\mu W_\nu \equiv (\partial_\mu + igA_\mu^3)W_\nu = (\partial_\mu + ieA_\mu + ig\cos\theta_W Z_\mu)W_\nu \quad e = g\sin\theta_W$$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^Z F^{Z\mu\nu} - \frac{1}{4}(\mathcal{D}_\mu W_\nu - \mathcal{D}_\nu W_\mu)^\dagger (\mathcal{D}^\mu W^\nu - \mathcal{D}^\nu W^\mu)$$

γ , Z の運動エネルギー W の運動エネルギー, $WW\gamma$, WWZ , $WW\Box$, $WWZZ$, $WWZ\gamma$ 結合

$$-i(eF_{\mu\nu}^A + g\cos\theta_W F_{\mu\nu}^Z)W^{\dagger\mu}W^\nu + \frac{g^2}{2}(|W_\mu W^\mu|^2 - |W_\mu W^\nu|^2)$$

$WW\gamma$, WWZ 結合 $WWWW$ 結合



自発的対称性の破れ： $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix} \quad \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性が破れ $U(1)_Q$ の対称性のみが残った

	T	T^3	Y	$Q = T^3 + Y/2$
ν_L	1/2	1/2	-1	0
ℓ_L		-1/2		-1
ν_R	0	0	0	0
ℓ_R	0	0	-2	-1

	T	T^3	Y	Q
u_L	1/2	1/2	1/3	2/3
d_L		-1/2		-1/3
u_R	0	0	4/3	2/3
d_R	0	0	-2/3	-1/3

ゲージを固定した Φ を $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称な Lagrangian へ代入すると、ゲージボゾンやフェルミオンが質量を持つ標準模型の Lagrangian が得られた

	T	T^3	Y	Q
ϕ^+	1/2	1/2	1	1
ϕ^0		-1/2		0

EWSB後のLagrangian (まとめ：Fermion質量項)

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = -y_\ell^j (\bar{L}_L^j \Phi) \ell_R^j - y_\nu^j [(\bar{L}_L U_\nu)^j \tilde{\Phi}] \nu_R^j + \text{h. c.}$$

$$\rightarrow -\left(m_\ell^j + \frac{y_\ell^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{\ell}^j \ell^j - \left(m_\nu^j + \frac{y_\nu^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{\hat{\nu}}^j \hat{\nu}^j$$

flavor 固有状態

$$\nu^j \equiv U_\nu^{jk} \hat{\nu}^k$$

質量固有状態

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{mass}} = -y_d^j [(\bar{Q}_L^j U_d)^j \Phi] d_R^j - y_u^j (\bar{Q}_L^j \tilde{\Phi}) u_R^j + \text{h. c.}$$

$$\rightarrow -\left(m_d^j + \frac{y_d^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{\hat{d}}^j \hat{d}^j - \left(m_u^j + \frac{y_u^j}{\sqrt{2}} \phi\right) \bar{u}^j u^j$$

flavor 固有状態

$$d^j \equiv U_d^{jk} \hat{d}^k$$

質量固有状態

$$m_f^j \equiv \frac{y_f^j v}{\sqrt{2}} \quad f = \ell, \nu, u, d$$

EWSB後のLagrangian (まとめ：Fermionとゲージ場の相互作用項)

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin}} = \bar{L}_L^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell L}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) L_L^j + \bar{\ell}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell R}}{2} B_\mu \right) \ell_R^j + \bar{\nu}_R^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu_R^j$$

$$\rightarrow \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j + \mathcal{L}_{\text{EW int}}^{(\text{lepton})}$$

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{kin}} = \bar{Q}_L^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{QL}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) Q_L^j + \bar{u}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{uR}}{2} B_\mu \right) u_R^j + \bar{d}_R^j \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{dR}}{2} B_\mu \right) d_R^j$$

$$\rightarrow \bar{u}^j \gamma^\mu i\partial_\mu u^j + \bar{d}^j \gamma^\mu i\partial_\mu d^j + \mathcal{L}_{\text{EW int}}^{(\text{quark})}$$

$$\mathcal{L}_{\text{EW int}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W_\mu^\dagger) - e J_{EM}^\mu A_\mu - \frac{g}{\cos \theta_W} J_Z^\mu Z_\mu$$

$$J^\mu \equiv \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j + \bar{d}_L^j \gamma^\mu u_L^j \quad J_{\text{EM}}^\mu \equiv (-) \bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j + \left(\frac{2}{3} \right) \bar{u}^j \gamma^\mu u^j + \left(-\frac{1}{3} \right) \bar{d}^j \gamma^\mu d^j$$

$$J^{3\mu} \equiv \bar{L}_L^j \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} L_L^j + \bar{Q}_L^j \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} Q_L^j = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L^j \gamma^\mu \nu_L^j - \frac{1}{2} \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \ell_L^j + \frac{1}{2} \bar{u}_L^j \gamma^\mu u_L^j - \frac{1}{2} \bar{d}_L^j \gamma^\mu d_L^j$$

$$J_Z^\mu \equiv J^{3\mu} - \sin^2 \theta_W J_{\text{EM}}^\mu$$

EWSB前後のLagrangian (まとめ：ゲージボゾン)

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^l - \partial_\nu A_\mu^l - g\epsilon_{lmn}A_\mu^m A_\nu^n)^2$$

$$\rightarrow -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^Z F^{Z\mu\nu} - \frac{1}{4}(\mathcal{D}_\mu W_\nu - \mathcal{D}_\nu W_\mu)^\dagger (\mathcal{D}^\mu W^\nu - \mathcal{D}^\nu W^\mu) \\ - i(eF_{\mu\nu}^A + g\cos\theta_W F_{\mu\nu}^Z)W^{\dagger\mu}W^\nu + \frac{g^2}{2}(|W_\mu W^\mu|^2 - |W_\mu W^\nu|^2)$$

$$W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \quad W_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2) \quad \text{W ボゾン}$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Z ボゾン} \\ \text{フォトン} \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\mu\nu}^Z \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \\ F_{\mu\nu}^A \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \end{array}$$

$$\cos\theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g\sin\theta_W$$

$$\mathcal{D}_\mu W_\nu \equiv (\partial_\mu + igA_\mu^3)W_\nu = (\partial_\mu + ieA_\mu + ig\cos\theta_W Z_\mu)W_\nu \quad \begin{array}{l} \theta_W : \text{Weinberg 角} \\ \sin^2\theta_W \sim 0.23 \end{array}$$

EWSB前後のLagrangian (まとめ：ヒッグス)

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left| \left(i\partial_\mu - g' \frac{1}{2} Y_H B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) \Phi \right|^2 + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad & M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^2 + \left(g M_W \phi + \frac{g^2}{4} \phi^2 \right) \left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu \phi)^2 - m^2 \phi^2 \right] - \frac{m \sqrt{\lambda}}{2} \phi^3 - \frac{\lambda}{8} \phi^4 - V \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned}$$

$$M_W \equiv \frac{gv}{2} \qquad M_Z \equiv \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v = \frac{M_W}{\cos \theta_W} \qquad m \equiv \sqrt{2} \mu$$

電弱理論のまとめ

- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 変換性をもつFermion場がLepton とQuarkでそれぞれ3世代。
 - Fermion場はL/Rカイラリティでゲージ変換性が異なる（パリティ非保存）
- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 変換性をもつscalar場。自己エネルギー項は極小値を持つ。
- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ不変なLagrangian density（ゲージ原理）
 - 4つのゲージ場が局所ゲージ不変の要請から自然に導入され、ゲージ場とFermion場、scalar場との相互作用の形が決まる。
- Fermion場のL/Rカイラリティとscalar場との湯川結合項（ゲージ不変）を導入。
 - 結合係数（湯川結合行列）の対角化するようにFermion場の世代を定義。その際Quarkでは二重項下成分の世代が混合（CKM行列）、Leptonでは二重項上成分の世代が混合（PMNS行列）。
- 自発的対称性の破れにより、 $U(1)_Q$ の対称性のみが残る。
 - 質量を持つ実scalar場（higgs粒子）が発現する。
 - ゲージ場（photonを除く）とFermion場が質量を持つ。
 - Higgs場と質量を持ったゲージ場やFermion場との相互作用が生じる。