素粒子物理学
— Neutrino Oscillation—

素粒子物理学
0AJC041/01BC098

2025年度春bc

武内勇司

PMNS 行列とν_ℓの1粒子状態

Neutrino はフレーバ固有状態(ν_e, ν_μ, ν_τ)と質量固有状態(ν_1, ν_2, ν_3)が異なる

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

Flavor固有状態　　PMNS 行列　　質量固有状態

$\ell = e, \mu, \tau$

$i = 1,2,3$

$$\nu_\ell(x) \equiv \sum_i U_{\ell i} \nu_i(x)$$ ：フレーバー固有状態のニュートリノ場

$$|\nu_i(\vec{p})\rangle \equiv c_i^\dagger(\vec{p})|0\rangle$$ $c_i^\dagger$：質量固有状態のニュートリノ ν_i の生成演算子

$$|\nu_\ell(\vec{p})\rangle = \sum_i U_{\ell i}^* c_i^\dagger(\vec{p})\,|0\rangle$$ 運動量$\vec{p}$をもつフレーバ固有状態のニュートリノの1粒子状態

ニュートリノは弱い相互作用しかしないので，例えば $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ 崩壊のようにフレーバー固有状態として生成され，質量固有状態として飛行したのち，$\nu_\ell + n \to \ell^- + p$ のようにフレーバー固有状態として観測される。

ニュートリノ遷移振幅

運動量 $\vec{p}$ をもつフレーバ ℓ の固有状態のニュートリノの1粒子状態が
位置 x においてフレーバ ℓ' の固有状態として観測される振幅

$$\langle \nu_{\ell'}(x) | \nu_\ell(\vec{p}) \rangle = \left\langle 0 \left| \sum_j U_{\ell' j} \nu_j(x) \sum_i U^*_{\ell i} c_i^\dagger(\vec{p}) \right| 0 \right\rangle$$

$$= \sum_{i,j} U_{\ell' j} U^*_{\ell i} \langle 0 | \nu_j(x) c_i^\dagger(\vec{p}) | 0 \rangle = \sum_i U_{\ell' i} U^*_{\ell i}\, e^{-ipx}$$

※ spinor 部分は略

反ニュートリノの場合，　$|\overline{\nu}_\ell(\vec{p})\rangle = \sum_i U_{\ell i} d_i^\dagger(\vec{p}) \,|0\rangle$

$$\langle \overline{\nu}_{\ell'}(x) | \overline{\nu}_\ell(\vec{p}) \rangle = \left\langle 0 \left| \sum_j U^*_{\ell' j} \nu_j^C(x) \sum_i U_{\ell i} d_i^\dagger(\vec{p}) \right| 0 \right\rangle = \sum_i U^*_{\ell' i} U_{\ell i}\, e^{-ipx}$$

ニュートリノ飛行距離と位相因子

ニュートリノの質量が運動量に対して非常に小さく，ほぼ光速度で x 軸方向へ運動しているとする。

$$p_\nu^\mu = (E, p, 0,0) \qquad\qquad E \sim p \gg m \qquad\qquad x \sim t$$

振幅に入る位相因子 e^{-ipx} は,

$$Et - px \sim (E - p\ )t = \left(\sqrt{(p^2 + m^2)} - p\ \right)t \sim \frac{m^2}{2p}t \sim \frac{m^2}{2E}x$$

と近似すると,

$$e^{-ipx} \sim \exp\left(-i\,\frac{m^2}{2E}x\right)$$

ニュートリノ遷移確率

運動量 $\vec{p}$ で生成された ν_ℓ が距離 x 飛行して $\nu_{\ell'}$ として観測される確率

$$\langle \nu_{\ell'}(x)|\nu_\ell(\vec{p})\rangle = \sum_i U^*_{\ell i} U_{\ell' i} e^{-ipx} \sim \sum_i U^*_{\ell i} U_{\ell' i} \exp\left(-i\frac{m_i^2}{2E}x\right)$$

$$P(\nu_\ell \to \nu_{\ell'}) = |\langle \nu_{\ell'}(x)|\nu_\ell(\vec{p})\rangle|^2$$

$$= \sum_{i,j}\left[U^*_{\ell i} U_{\ell' i} U_{\ell j} U^*_{\ell' j} \exp\left(-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}x\right)\right] \qquad \Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$$

$$= \delta_{\ell\ell'} - 4\sum_{i>j} \mathrm{Re}\left(U^*_{\ell i} U_{\ell' i} U_{\ell j} U^*_{\ell' j}\right) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{4E}x\right)$$

$$+2\sum_{i>j} \mathrm{Im}\left(U^*_{\ell i} U_{\ell' i} U_{\ell j} U^*_{\ell' j}\right) \sin\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}x\right)$$

ニュートリノCP

反ニュートリノの場合，第３項目の符号が変わる。

$$P(\bar{\nu}_\ell \to \bar{\nu}_{\ell'}) = \delta_{\ell\ell'} - 4\sum_{i>j} \mathrm{Re}\left(U^*_{\ell i}U_{\ell' i}U_{\ell j}U^*_{\ell' j}\right)\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{ij}}{4E}x\right)$$

$$-2\sum_{i>j} \mathrm{Im}\left(U^*_{\ell i}U_{\ell' i}U_{\ell j}U^*_{\ell' j}\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{ij}}{2E}x\right)$$

$$\Delta m^2_{ij} \equiv m^2_i - m^2_j$$

$$P(\nu_\ell \to \nu_{\ell'}) - P(\bar{\nu}_\ell \to \bar{\nu}_{\ell'}) = 4\sum_{i>j} \mathrm{Im}\left(U^*_{\ell i}U_{\ell' i}U_{\ell j}U^*_{\ell' j}\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{ij}}{2E}x\right)$$

$$\sum_{i>j} \mathrm{Im}\left(U^*_{\ell i}U_{\ell' i}U_{\ell j}U^*_{\ell' j}\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{ij}}{2E}x\right)$$

$$= 4J\left\{\sin\left(\frac{\Delta m^2_{12}}{4E}x\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{23}}{4E}x\right)\sin\left(\frac{\Delta m^2_{31}}{4E}x\right)\right\}$$

Jarlskog invariant

$$J \equiv c_{12}s_{12}c_{23}s_{23}c^2_{13}s_{13}\sin\delta_{13}$$

CPの破れの大きさを表す量

$$s_{ij} = \sin\theta_{ij} \quad c_{ij} = \cos\theta_{ij}$$

現在，$\sin\delta_{13}$ が 0でないかの明確な結論は出ていない。

ニュートリノ振動

話を簡単にするため，ν_e, ν_μ の2世代のみとした場合を例に考える。

$$\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}U_{e1} & U_{e2}\\ U_{\mu1} & U_{\mu2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_1\\ \nu_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_1\\ \nu_2\end{pmatrix}$$

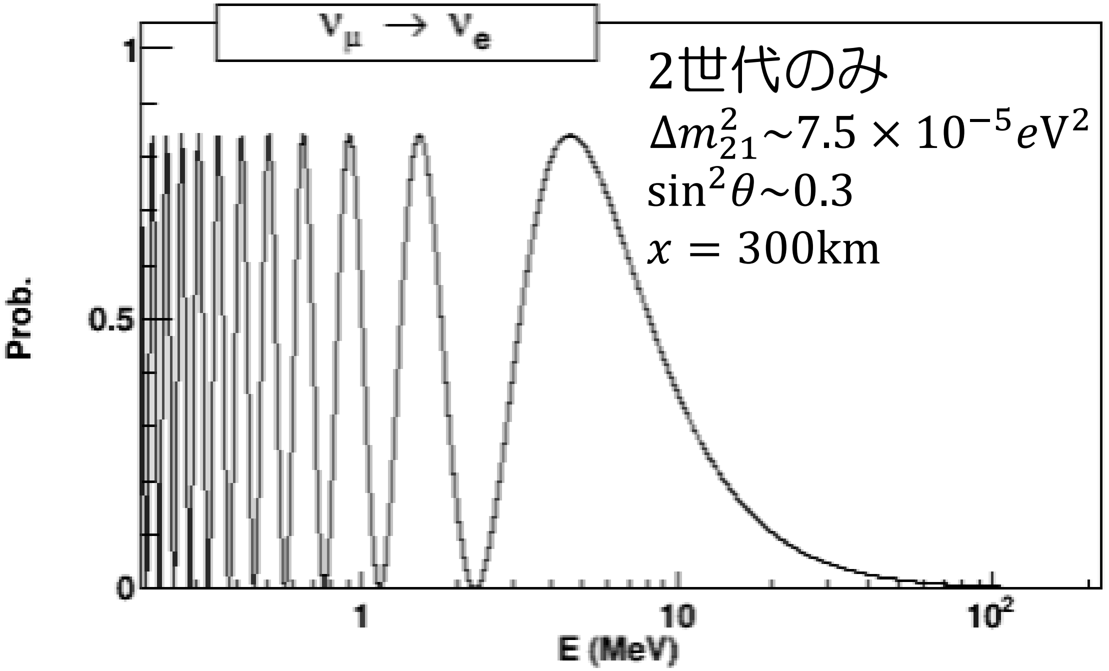
$$P(\nu_\mu \to \nu_e) = -4\left(U_{\mu2}U_{e2}U_{\mu1}U_{e1}\right)\sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{4E}x\right) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{4E}x\right)$$

$$\frac{\Delta m_{21}^2}{4E}x \to 1.269\,\frac{\Delta m_{21}^2[\mathrm{eV}^2]}{4E[\mathrm{MeV}]}x[m]$$

$$\Delta m_{21}^2 \sim 7.53 \times 10^{-5} e\mathrm{V}^2$$

を使うと，

$$P(\nu_\mu \to \nu_e) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(2.4 \times 10^{-2}\,\frac{x[km]}{4E[\mathrm{MeV}]}\right)$$



2世代のみ
$\Delta m_{21}^2 \sim 7.5 \times 10^{-5} e\mathrm{V}^2$
$\sin^2\theta \sim 0.3$
$x = 300\mathrm{km}$