

素粒子物理学

— Beyond Standard Model —

ニュートリノ質量とマヨラナシーソーメカニズム

素粒子物理学

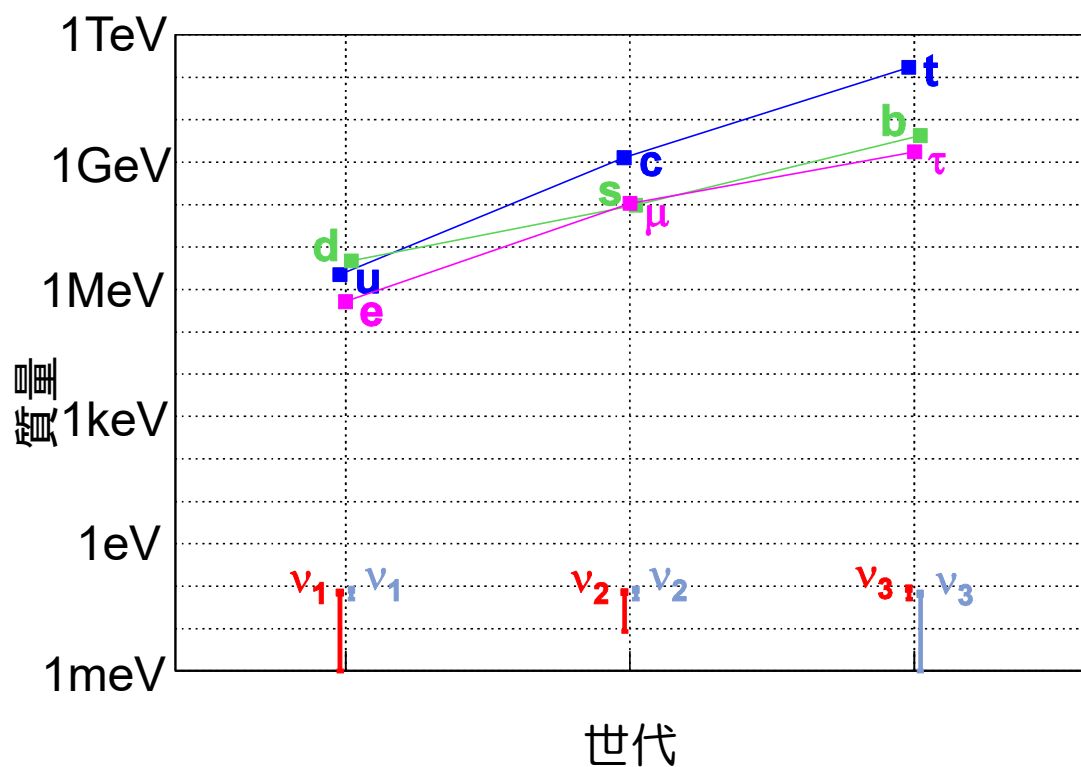
OAJC041/O1BC098

2025年度春bc

武内勇司

標準模型に残された疑問(例)

- どうして左右のカイラリティで変換性が異なるのか？
- フェルミ粒子はなぜ3世代なのか？
- ヒッグス場のポテンシャルの形は正しいのか？
- ニュートリノの質量が異常に小さいのはなぜか？
- CKM行列は対角行列に近いのにPMNS行列はなぜ非対角成分が大きいのか？



$$U_{\text{CKM}} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} u \\ c \\ t \end{array} \begin{bmatrix} \text{large blue} & \text{small red} & \text{tiny red} \\ \text{small red} & \text{large blue} & \text{tiny red} \\ \text{tiny red} & \text{tiny red} & \text{large blue} \end{bmatrix} \begin{array}{c} d \\ s \\ b \end{array} \end{array}$$
$$U_{\text{PMNS}} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{array} \begin{bmatrix} \text{large blue} & \text{medium red} & \text{tiny red} \\ \text{medium red} & \text{medium red} & \text{large purple} \\ \text{medium red} & \text{medium red} & \text{large purple} \end{bmatrix} \begin{array}{c} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{array} \end{array}$$

Majorana seesaw モデル

ニュートリノの質量が異常に小さいのはなぜか？ の疑問を説明するモデル
(実験的に検証されていない)

$$\text{Dirac 質量項} : m_D \bar{\psi} \psi = m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

それ以外に、自己エネルギー項(LR結合)の候補として

$$\overline{(\psi_L)^c} \psi_L = \overline{(\psi^c)_R} \psi_L \qquad \overline{(\psi_R)^c} \psi_R = \overline{(\psi^c)_L} \psi_R$$

も可能である。但し、

- 電荷があると $U(1)_Q$ 変換に対して不変ではない。電荷の非保存。
- レプトン数（粒子を+1，反粒子を-1としたときの合計）の非保存。

しかしニュートリノは中性。

レプトン数の保存も、ニュートリノに関しては実験的証拠はない。

Neutrinoの質量項

ニュートリノに関して、以下の項を質量項に追加。

$$\frac{m_L}{2} [(\overline{\psi_L})^c \psi_L + \bar{\psi}_L (\psi_L)^c] \quad \frac{m_R}{2} [(\overline{\psi_R})^c \psi_R + \bar{\psi}_R (\psi_R)^c]$$

ニュートリノの質量項

$$\mathcal{L}_\nu^{\text{mass}} = m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) + \frac{m_L}{2} [(\overline{\psi_L})^c \psi_L + \bar{\psi}_L (\psi_L)^c] + \frac{m_R}{2} [(\overline{\psi_R})^c \psi_R + \bar{\psi}_R (\psi_R)^c]$$

Majorana場(粒子・反粒子が同一という特徴を持つ)

$$N_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_L + (\psi_L)^c\}$$

$$N_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_R + (\psi_R)^c\}$$

を導入。

$$N_1^c = N_1$$

$$N_2^c = N_2$$

Neutrino質量行列

$$\bar{N}_1 N_1 = \frac{1}{2} \{ \bar{\psi}_L + \overline{(\psi_L)^c} \} \{ \psi_L + (\psi_L)^c \} = \frac{1}{2} \{ \bar{\psi}_L (\psi_L)^c + \overline{(\psi_L)^c} \psi_L \}$$

$$\bar{N}_2 N_2 = \frac{1}{2} \{ \bar{\psi}_R (\psi_R)^c + \overline{(\psi_R)^c} \psi_R \}$$

$$\bar{N}_1 N_2 = \frac{1}{2} \{ \bar{\psi}_L + \overline{(\psi_L)^c} \} \{ \psi_R + (\psi_R)^c \} = \frac{1}{2} \{ \bar{\psi}_L \psi_R + \overline{(\psi_L)^c} (\psi_R)^c \} = \frac{1}{2} (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

なので質量項は, N_1 , N_2 を使って

$$\mathcal{L}_\nu^{\text{mass}} = m_D (\bar{N}_1 N_2 + \bar{N}_2 N_1) + m_L \bar{N}_1 N_1 + m_R \bar{N}_2 N_2$$

$$= (\bar{N}_1 \quad \bar{N}_2) \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}$$

Neutrino質量行列

$\begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix}$: ニュートリノ質量行列

標準模型 : $m_D \neq 0, m_L = m_R = 0$

$\overline{(\psi_L)^c} \psi_L$ は, $SU(2)_L$ 回転で不変ではない。

ν_L は, $T=1/2$ なので, $\overline{(\psi_L)^c} \psi_L$ は, $T=1$ となる。

} ゲージ原理からすると, あまり, うれしくない...

※低エネルギー極限での有効理論としてならあり得る。

$\overline{(\psi_R)^c} \psi_R$ は, ν_R が $T=Y=0$ なので元々 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 回転対称

$m_D \neq 0, m_L = 0, m_R \neq 0$ は,

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称のゲージ原理の枠組み内で可能

m_R は, Higgs 機構とは, 関係なく与えられるので $m_R \gg m_D$ でもあり得る。

Neutrino質量行列の対角化

$M = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix}$ で $m_R \gg m_D$ の場合を考える。質量固有状態として対角化

固有値 $\lambda \sim m_R, -\frac{m_D^2}{m_R}$ $U \sim \begin{pmatrix} 1 & \frac{m_D}{m_R} \\ -\frac{m_D}{m_R} & 1 \end{pmatrix}$ $UMU^{-1} \sim \begin{pmatrix} -\frac{m_D^2}{m_R} & 0 \\ 0 & m_R \end{pmatrix}$

$$\mathcal{L}_\nu^{\text{mass}} = (\bar{N}_1 \quad \bar{N}_2) \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \sim (\bar{N}_1 \quad \bar{N}_2) U^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{m_D^2}{m_R} & 0 \\ 0 & m_R \end{bmatrix} U \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}$$

N_1 は負の質量！ だが、これは問題ない。

Majorana neutrinoの質量固有状態

$$U \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 - \frac{m_D}{m_R} N_2 \\ N_2 + \frac{m_D}{m_R} N_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \gamma^5 \nu \\ N \end{pmatrix} \quad \text{と定義}$$

$$\overline{\gamma^5 \nu} \gamma^5 \nu = \nu^\dagger \gamma^5 \gamma^0 \gamma^5 \nu = -\nu^\dagger \gamma^0 \nu = -\bar{\nu} \nu$$

$$\mathcal{L}_\nu^{\text{mass}} \sim (\overline{\gamma^5 \nu} \quad \bar{N}) \begin{bmatrix} -\frac{m_D^2}{m_R} & 0 \\ 0 & m_R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma^5 \nu \\ N \end{pmatrix} = m_\nu \bar{\nu} \nu + m_R \bar{N} N \quad \text{但し} \quad m_\nu \equiv \frac{m_D^2}{m_R}$$

マヨラナ・シーソー模型のまとめ

- とくに新たな場を考える必要はない
- 標準模型に $\frac{m_R}{2}[(\bar{\nu}_R)^c \nu_R + \bar{\nu}_R (\nu_R)^c]$ の項を追加
 - ν_R は, $T=Y=0$ なので, **ゲージ原理にも反しない**
- マヨラナ場: $N_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\nu_L + (\nu_L)^c\}, \quad N_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\nu_R + (\nu_R)^c\}$
- ニュートリノ質量固有状態は,
 - すごく軽い ($m_\nu \equiv \frac{m_D^2}{m_R}$) ほぼ N_1 状態: $\nu \equiv \gamma^5 \left(N_1 - \frac{m_D}{m_R} N_2 \right)$
今観測されているニュートリノは実はこれかも知れない
 - すごく重い (m_R) ほぼ N_2 状態: $N \equiv N_2 + \frac{m_D}{m_R} N_1$
こちらはすごく重たいし, ν_R は相互作用しないので観測されていない。
- $m_\nu \bar{\nu} \nu$ の項は, Dirac 場ニュートリノ (ν_L^{Dirac}) の粒子・反粒子結合に寄与。
レプトン数保存を破る(宇宙から反物質が消えた理由を説明するのに重要！)。