

COBAND実験遠赤外線光学系の 反射防止膜設計

宇宙史研究センターワークショップ

2021/3/23

筑波大学, 福井大学^A, 関西学院大学^B

山根綾太, 金信弘, 武内勇司, 飯田崇史, 浅野千沙, 前川群, 中原瑳依子,
吉田拓生^A, 浅胡武志^A, 竹下勉^A, 古屋岳^A, 若林凜^A, 松浦周二^B

COBAND実験(Cosmic Background Neutrino Decay)

$$\nu_3 \rightarrow \nu_2 + \gamma$$

- ▶ ニュートリノの質量絶対値は決定されていない
 - ▶ 質量2乗差は既知
 - ▶ ニュートリノ崩壊光の測定から決定できる

$$m_3 = \frac{m_3^2 - m_{1,2}^2}{2E_\gamma}$$

$m_3 \approx 50\text{meV}$ が有力でこれを測定できる
波長 $40\mu\text{m} \sim 80\mu\text{m}$ を測定予定

- ▶ ニュートリノの崩壊寿命は非常に長い
 - ▶ 膨大なニュートリノ源が必要→宇宙背景ニュートリノが唯一の探索方法
 - ▶ ロケット実験を予定 (寿命の下限値を現在の 3×10^{12} 年から 10^{14} 年に)

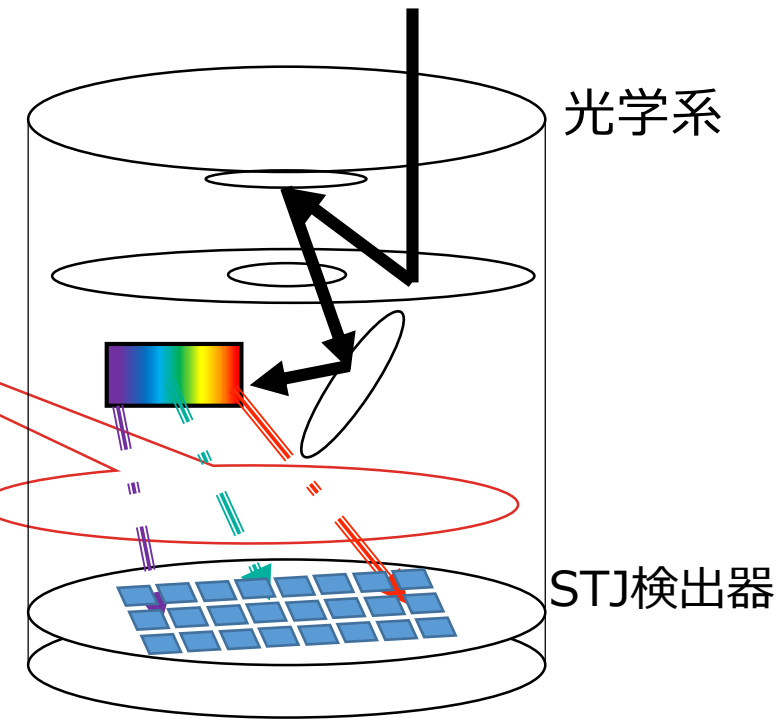
標準理論 : $O(10^{43})$ years)

Left-Right Symmetric Model : $O(10^{17})$ years)

集光器と反射防止膜の役割

- ▶ ロケット実験では、光学系で集光した光を回折格子で分光し、Nb/Al STJ(Superconducting Tunnel Junction)アレイに入射

- ▶ 光学系での焦点の広がりが**400 μm**
- ▶ STJのサイズ**40 μm 角**
→ **集光器の設計**
- ▶ STJ検出器の表面のNbは高い反射率が予想
→ **反射防止膜の設計**

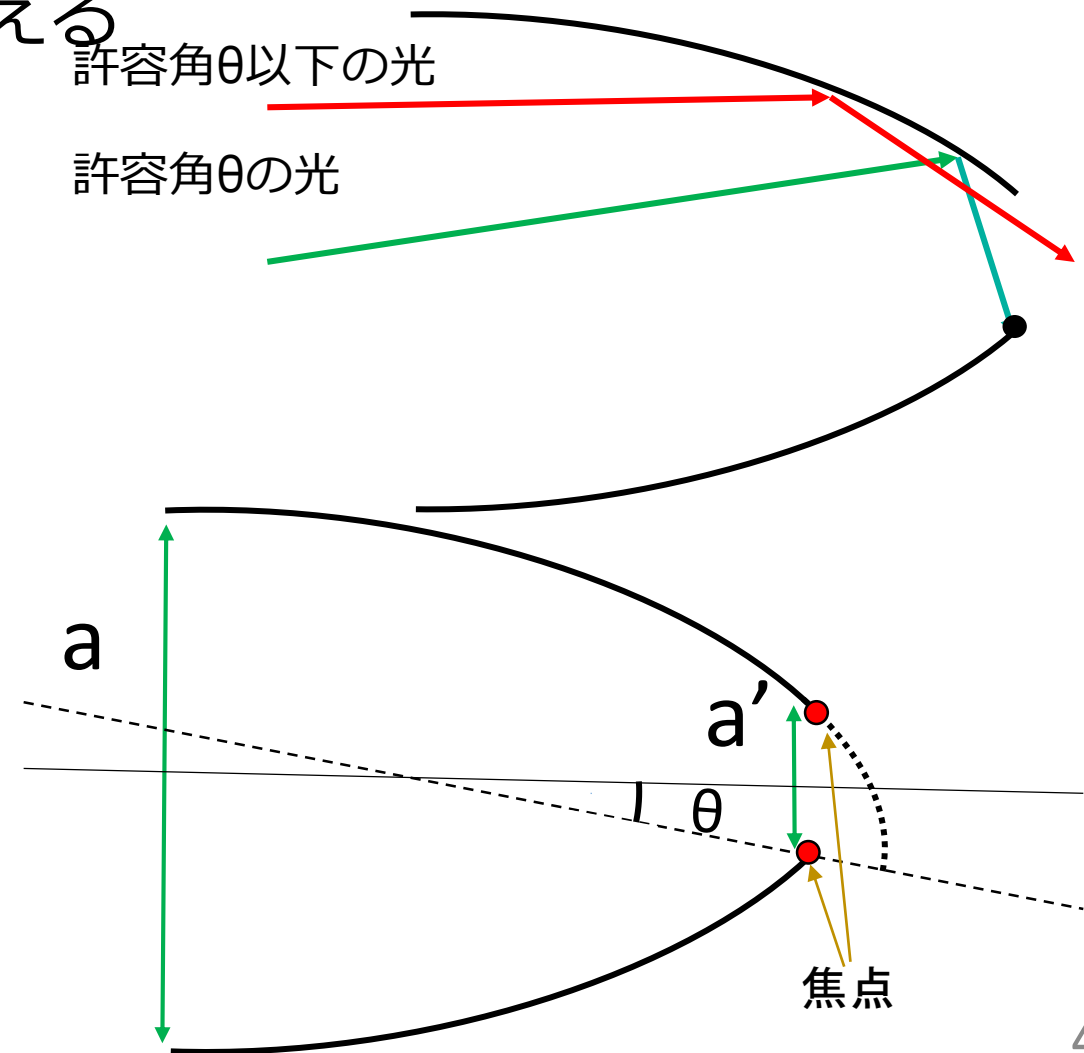


光学系全体を通しSTJ検出器で20%を受光することを目標とした

集光器設計

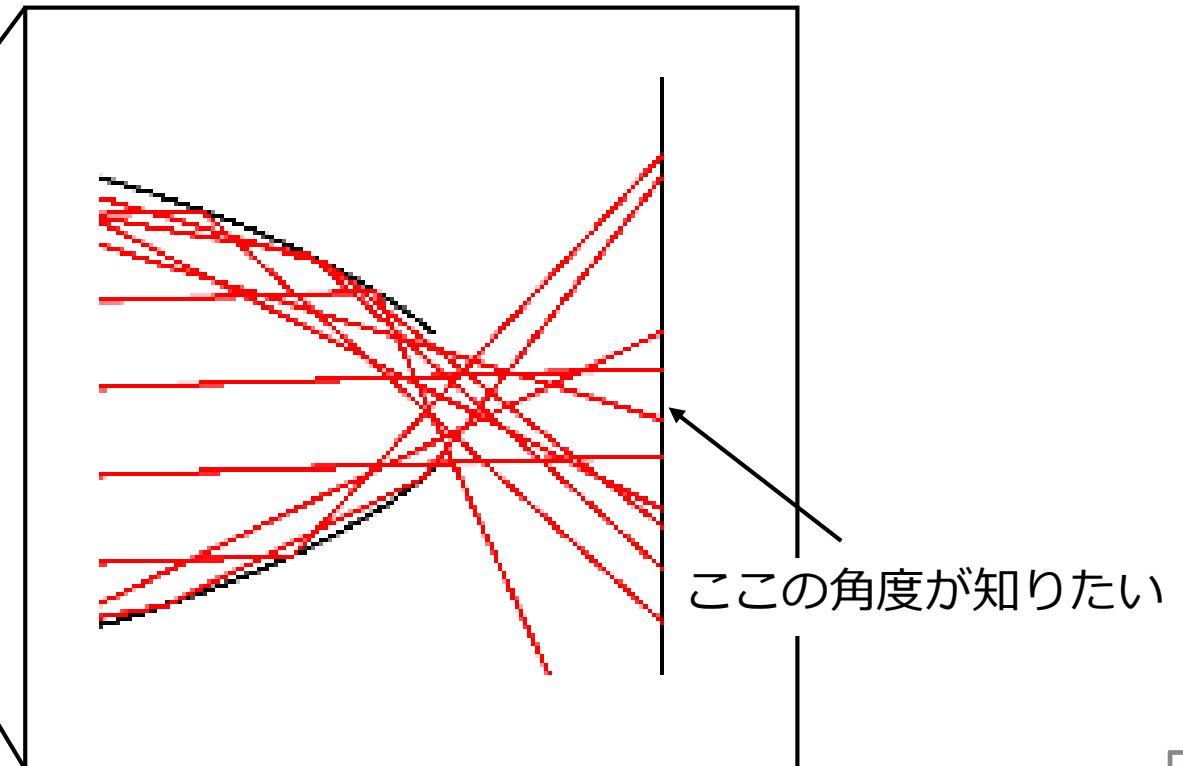
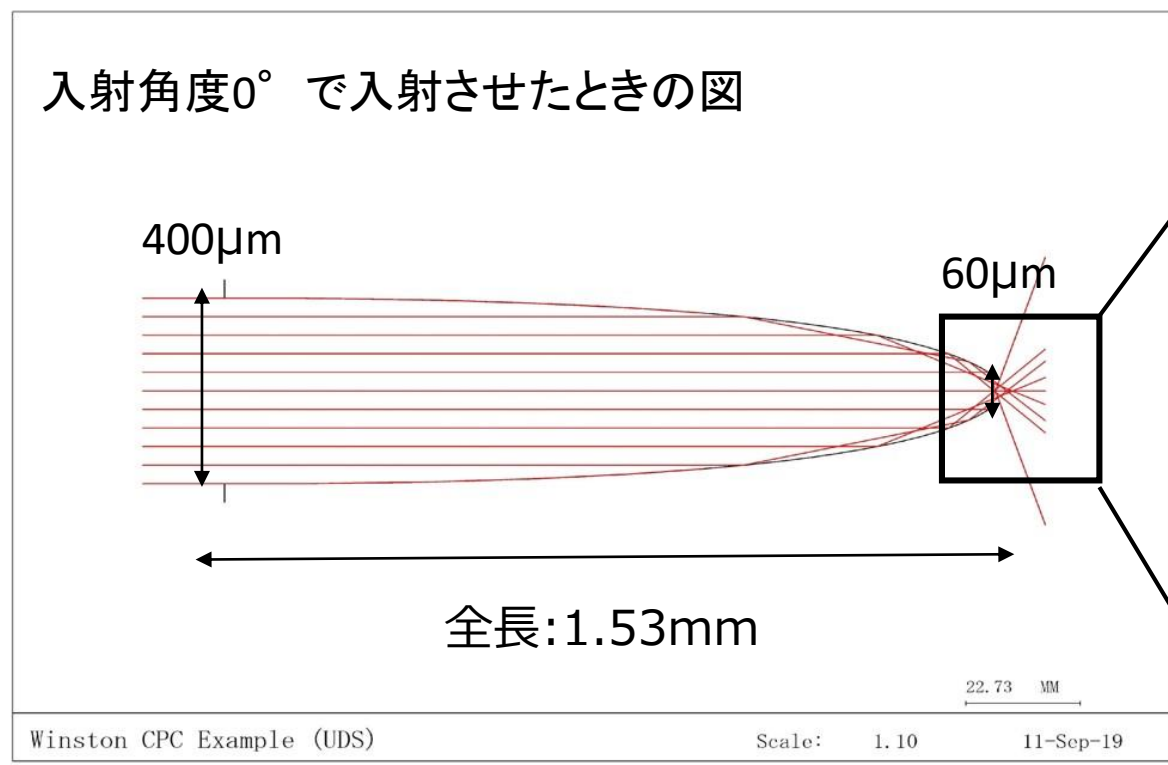
- ▶ 光の広がりを $400\mu\text{m}\Phi$ からSTJに合う大きさ $40\sqrt{2}\mu\text{m}\Phi$ にする
 - ▶ 複合放物面(ウィンストンコーン)を考える
- ▶ ウィンストンコーンの特性
 - ▶ 2つの放物線の焦点が互いの終口端
 - ▶ 許容角 θ 以下の光を集光できる
 - ▶ $a' = a \sin \theta$ が成り立つ

今回の条件で $a = 400\mu\text{m}$, $a' = 60\mu\text{m}$
許容角 θ は 8.6°

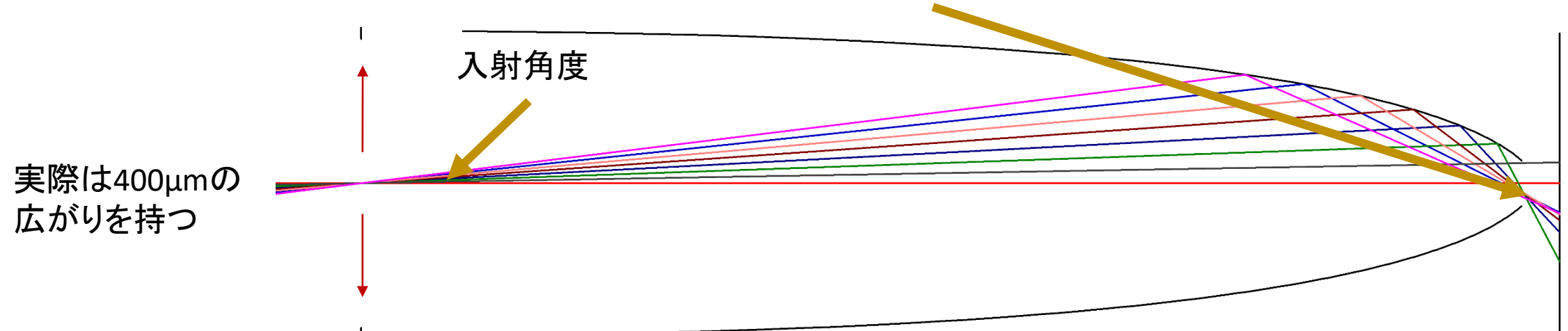
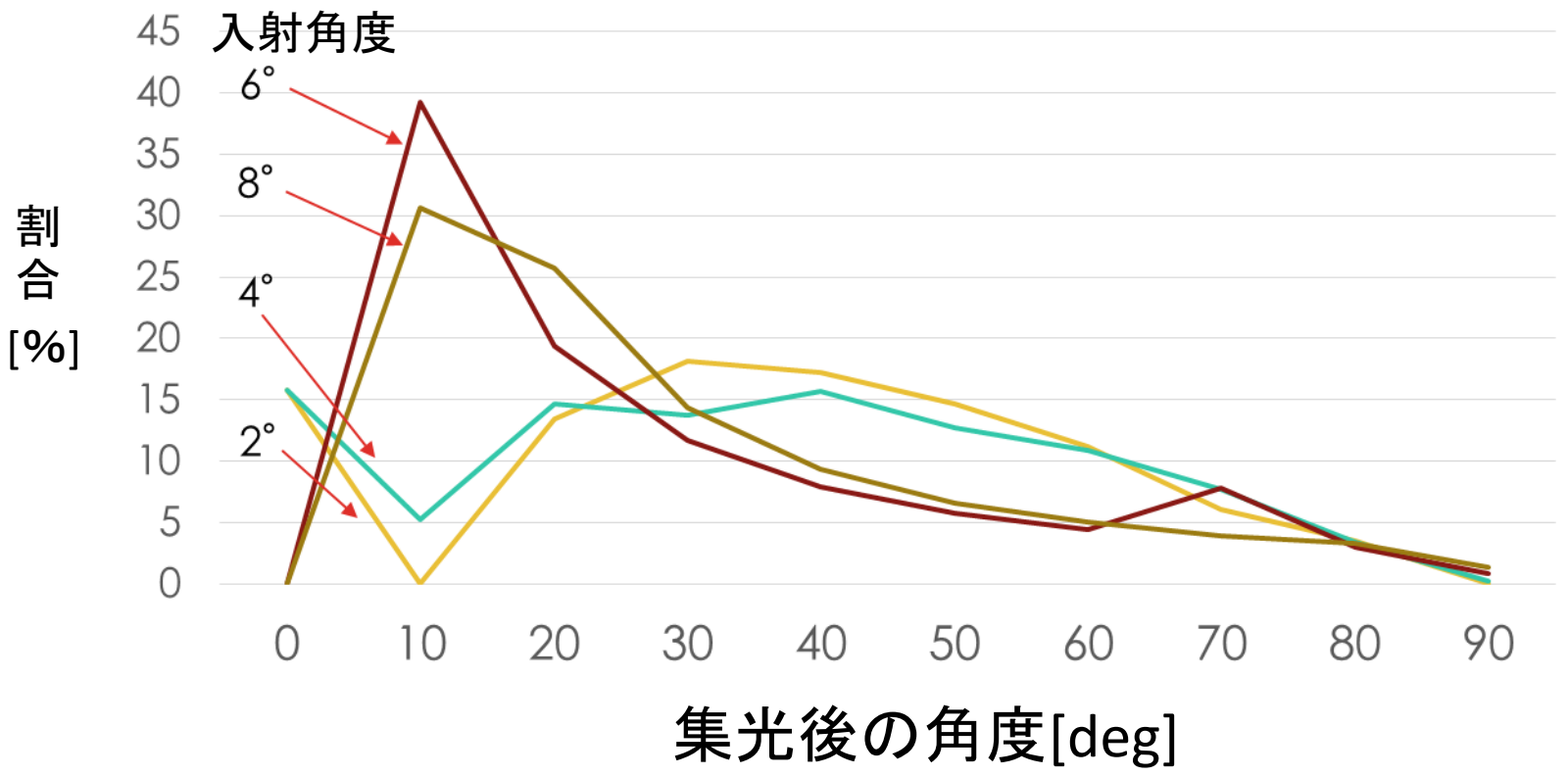


集光後の角度分布

- ▶ 反射防止膜での反射率は入射角によって変わるため集光後の角度分布が必要
 - ▶ 光学シミュレーションソフトCODE-Vで解析

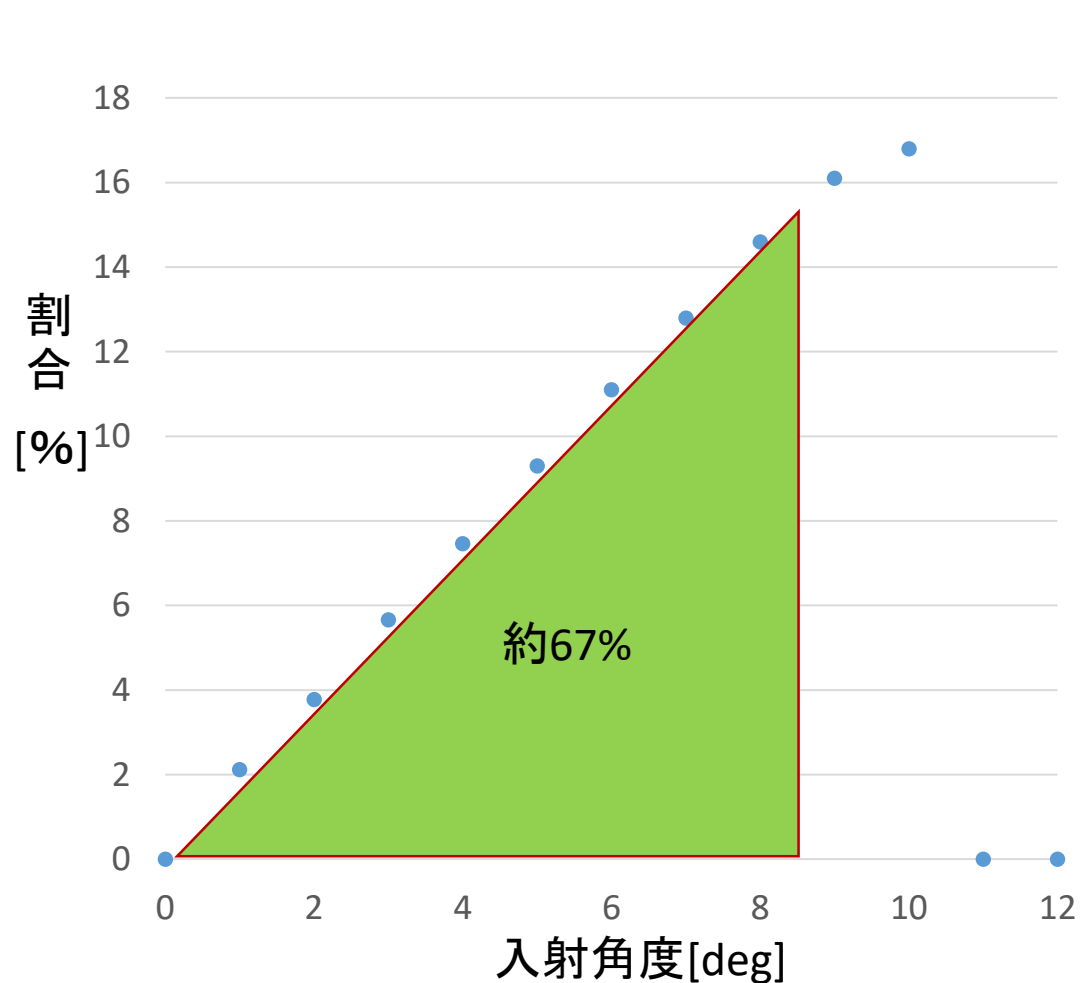


集光後角度分布の入射角依存性

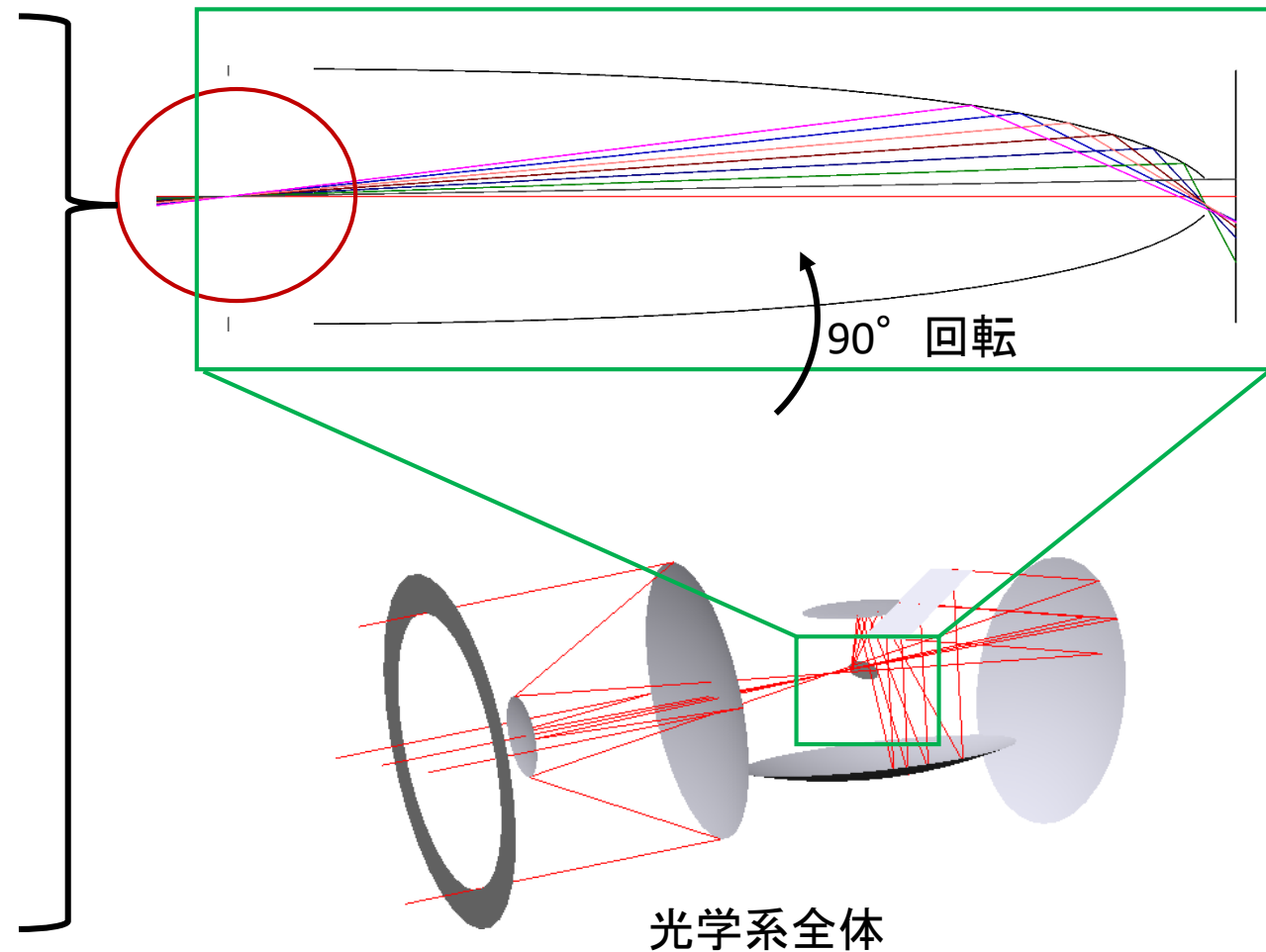


集光器への入射角度分布

▶ 光学シミュレーションソフトCODE-Vで解析



光学系を通して全体の検出器での受光率を調べたい。
集光器への入射角度分布を調べた



反射防止膜

膜と基板の反射光同士の位相をずらして打ち消しあうことによって反射率を下げ、透過率をあげる。

・複素屈折率

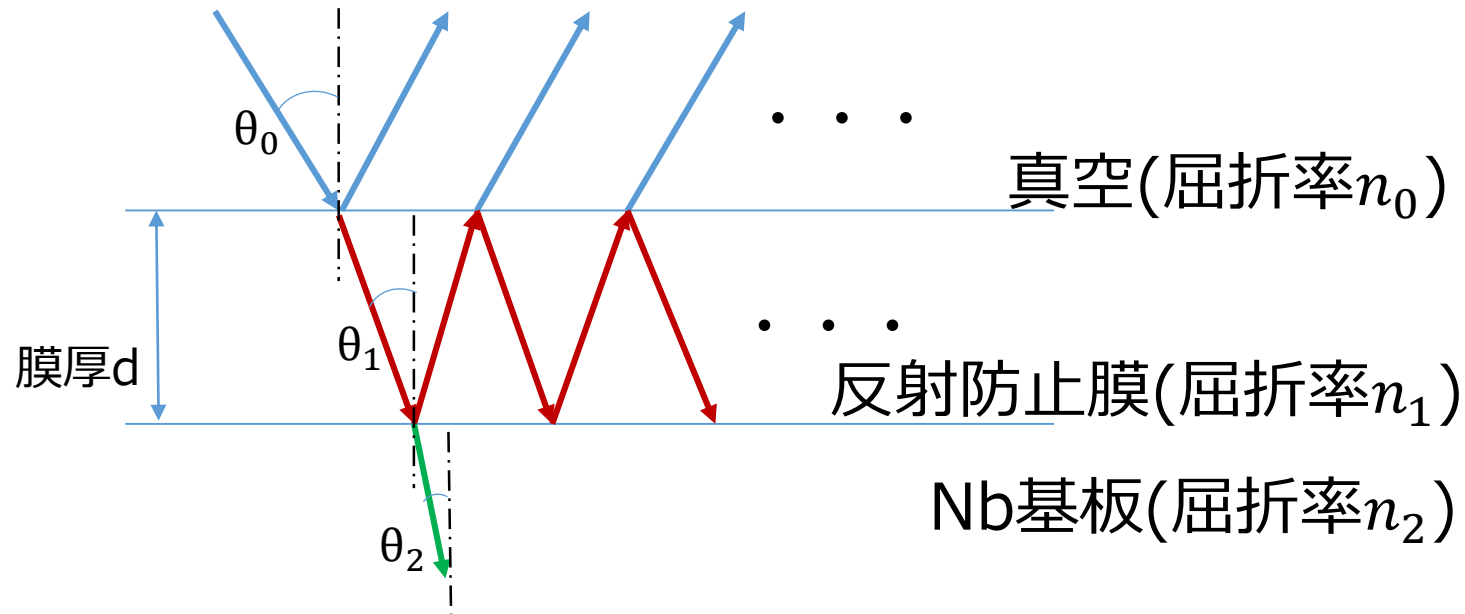
媒質に吸収がある場合屈折率は消衰係数を虚部として複素数に拡張される。

$$N = n + ik \quad (n: \text{屈折率}, k: \text{消衰係数})$$

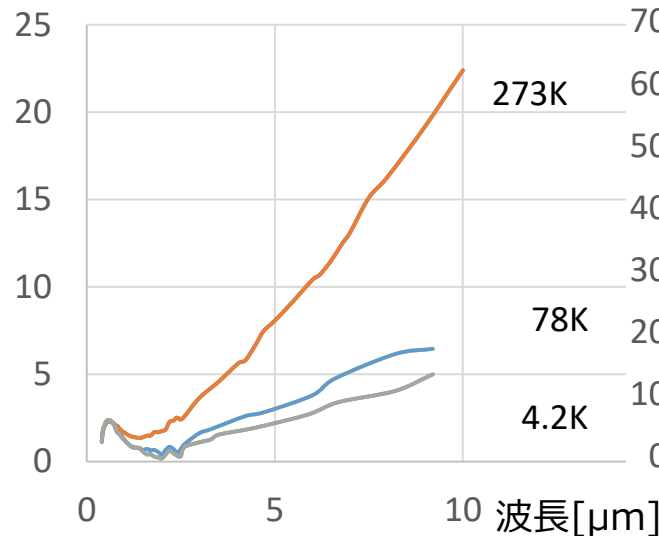
$$n_1 = \sqrt{n_2 n_0} \text{ で反射率最小}$$

それぞれの屈折率と消衰係数のデータが必要

波長40 μm でのNb屈折率データがない
→測定する必要がある



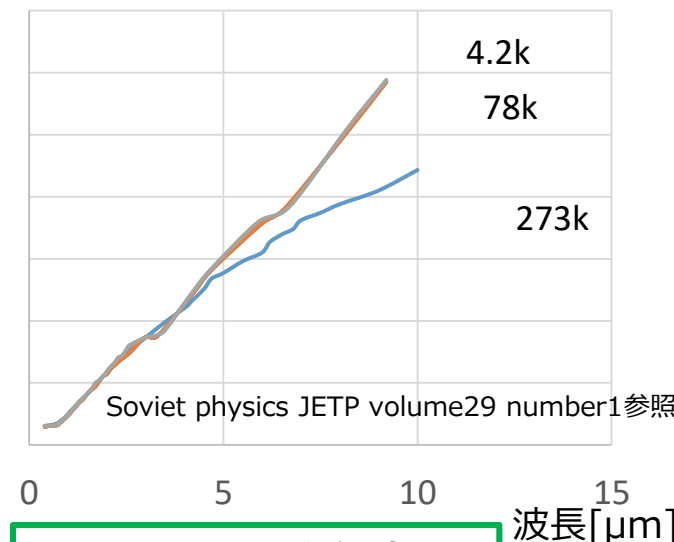
Nb屈折率



線形性を仮定

→波長40 μm 極低温で屈折率24

Nb消衰係数

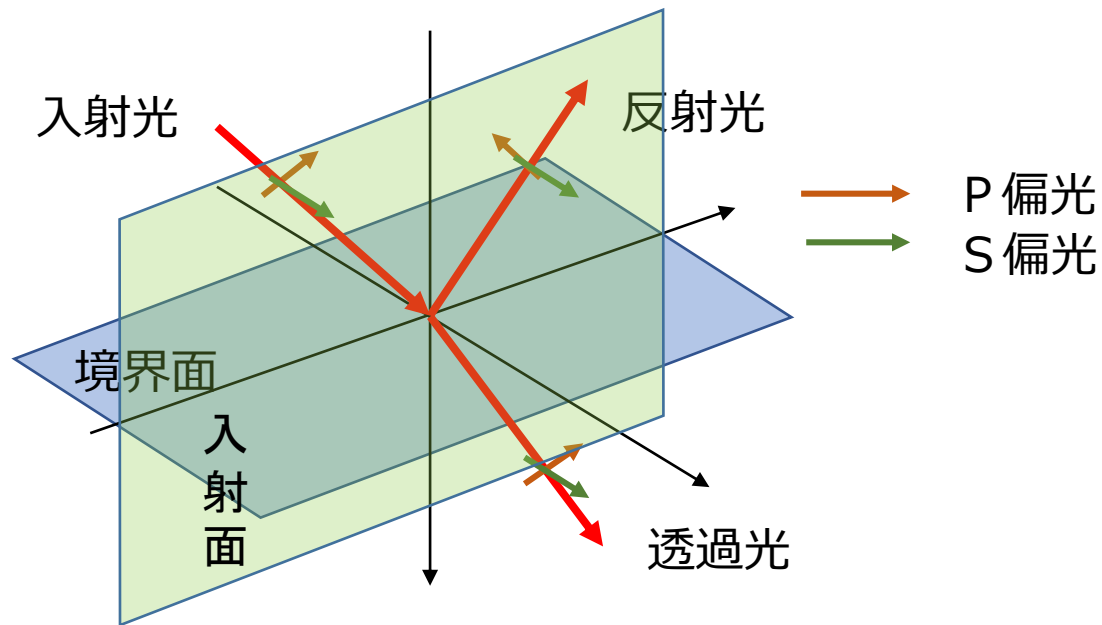


サチレーションを仮定

→波長40 μm 極低温で消衰係数70~100

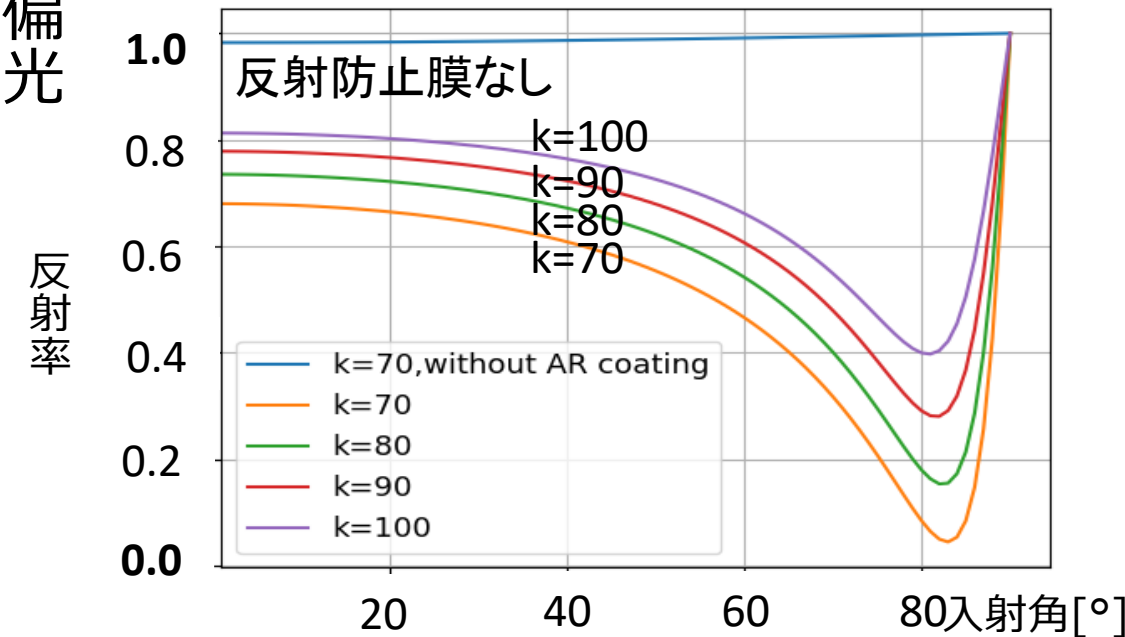
反射防止膜設計

- ▶ 屈折率24を仮定 ($n_1 = \sqrt{n_2 n_0}$ で反射率最小)
→ 反射率最小となる防止膜の屈折率は4.9
 - ▶ 遠赤外線を透過させ、これを満たす材料はない
 - ▶ Si(FZ) : 屈折率3.4



S
偏光

屈折率3.4の場合の反射率

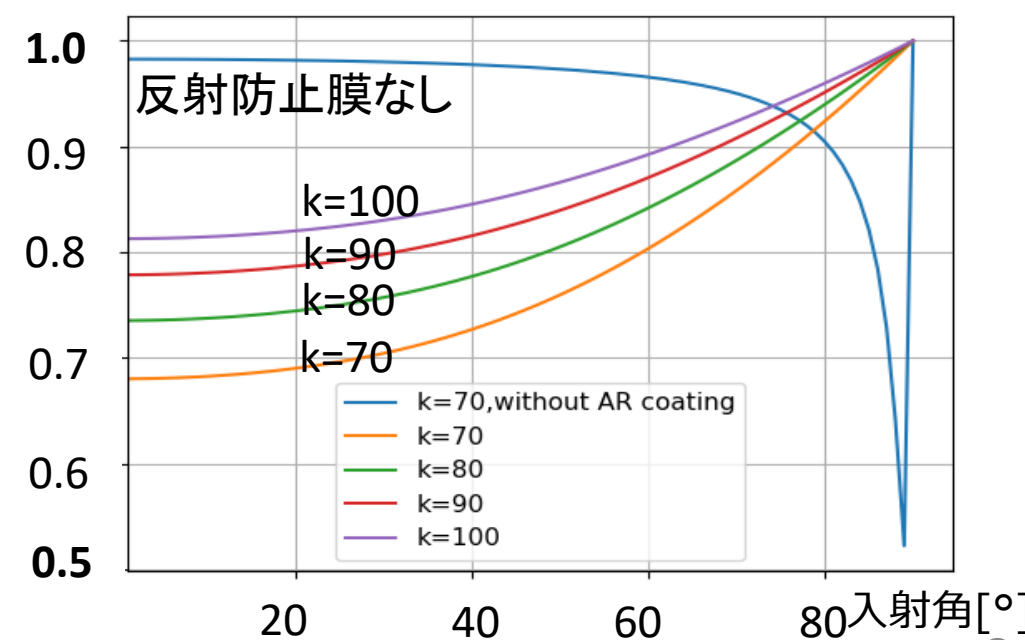


P
偏光

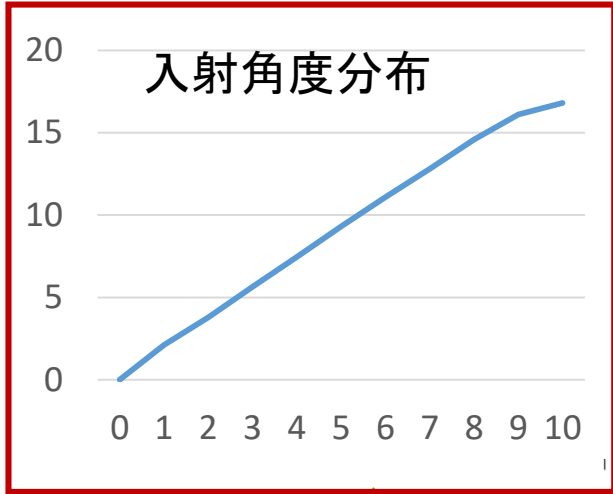
反射率

P
偏光

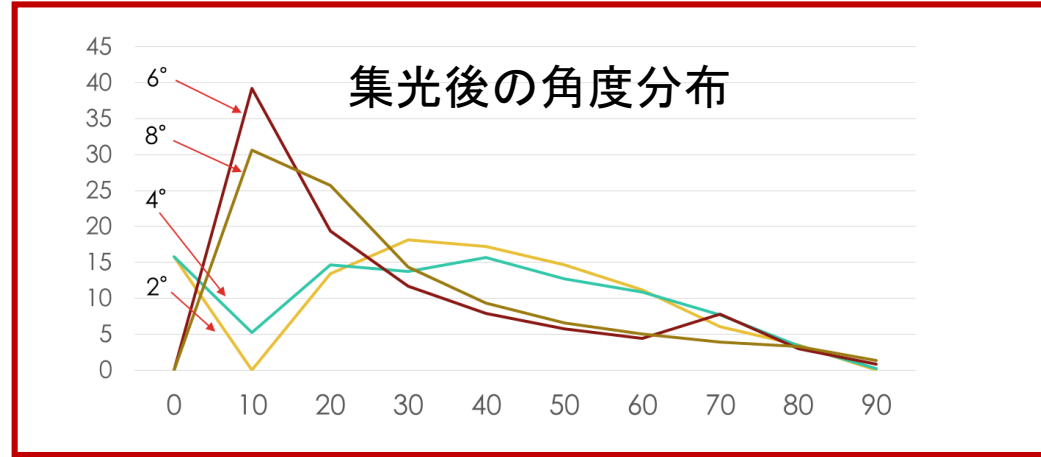
反射率



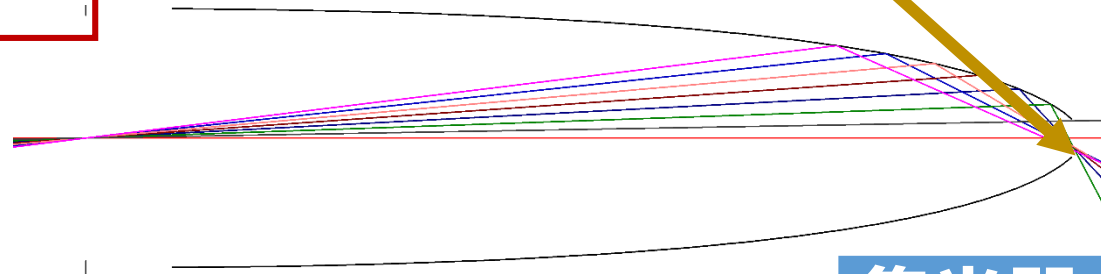
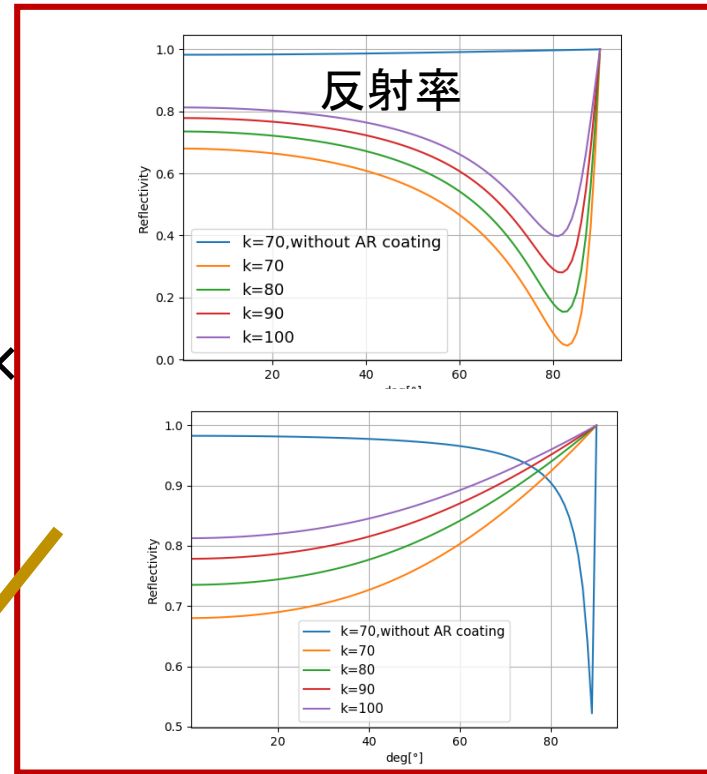
受光効率



×



×



今までの結果を掛け合わせ検出器で受光できる光の割合を計算した

目標の検出効率20%に届かなかったが、近い値が得られた

集光器と反射防止膜の受光効率

	K=70	K=100
S偏光	16.7%	9.85%
P偏光	11.9%	6.94%

今後の課題

- ① 反射防止膜の屈折率が理想値の4.9に近い値の物質を見つける

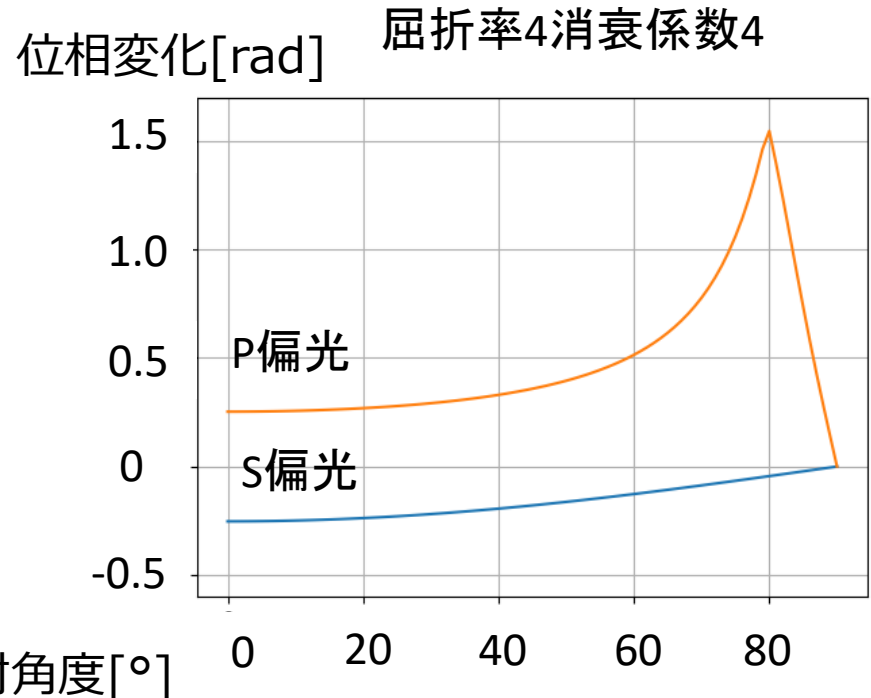
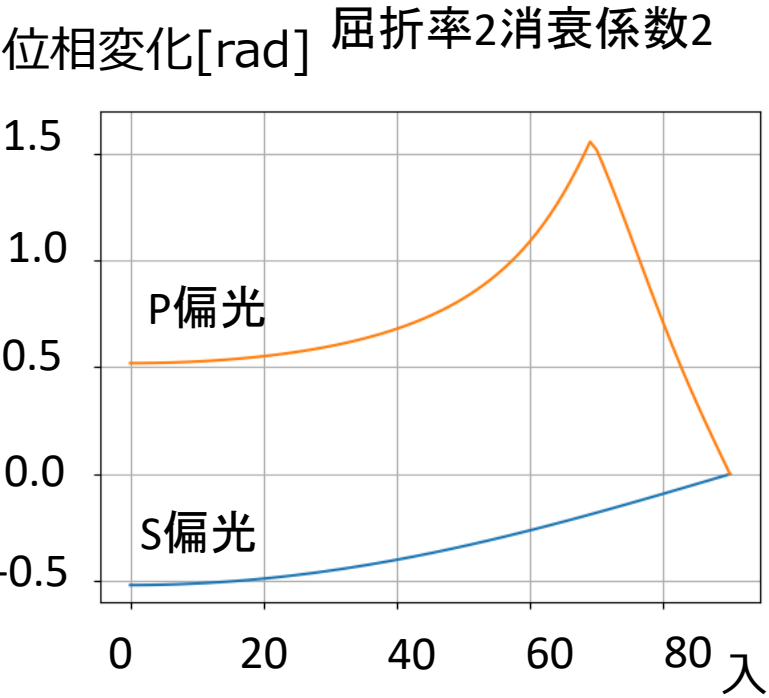
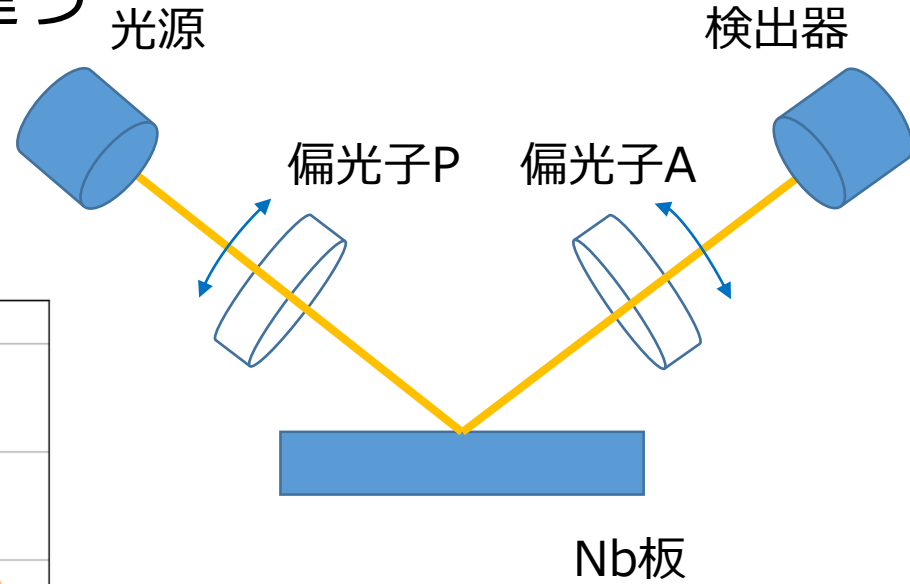
集光器と反射防止膜の受光効率 ($n=4.9$ の場合)

	K=70	K=100
S偏光	32.3%	21.3%
P偏光	22.4%	13.9%

- ② 極低温、遠赤外領域でのNbの屈折率と消衰係数を測定する

Nbの屈折率・消衰係数測定

- 偏光解析法
 - 物質に反射すると光の位相がずれる
 - 屈折率・消衰係数によってずれる度合いが違う
 - 偏光子を用いてこのずれを測定する



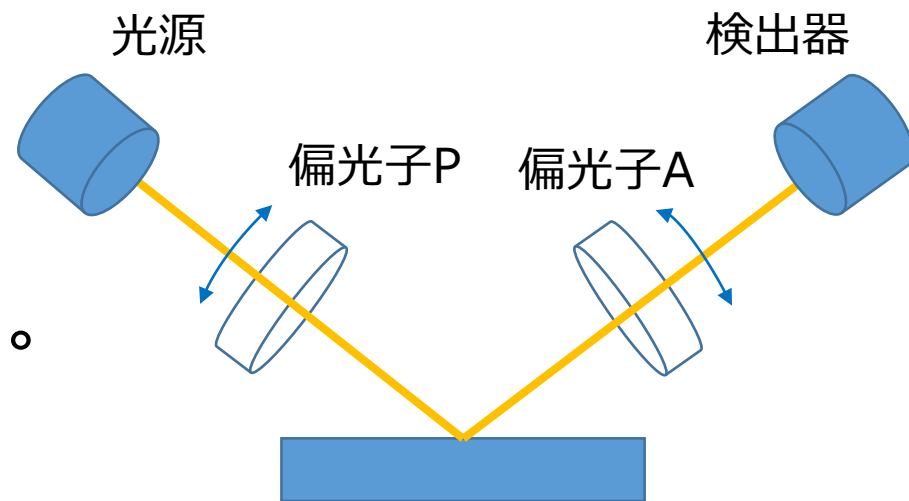
入射角度[°]

可視光実験

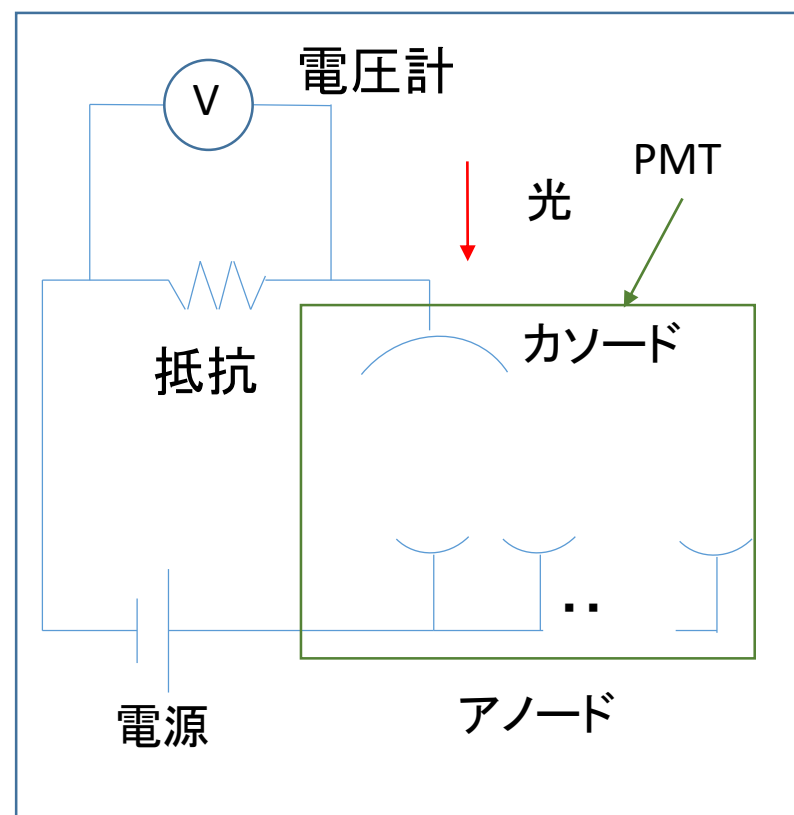
- 文献値が存在する可視光領域で実験を行う。

- 実験器具

- 光源：465nmレーザー
- 可視光用偏光子
- 検出器：PMT



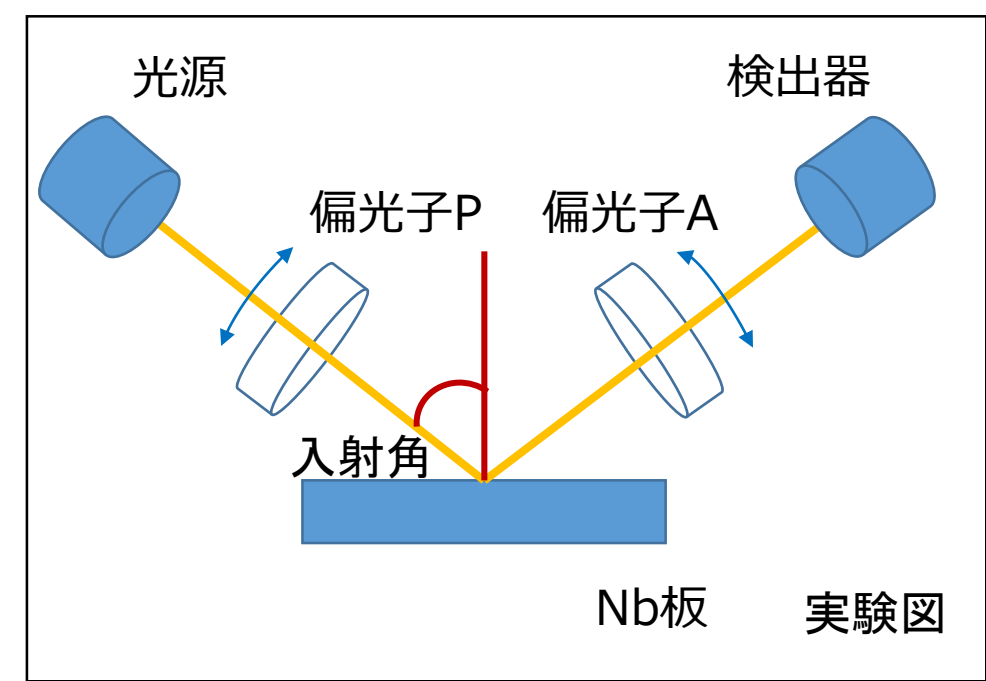
Nb板 実験図



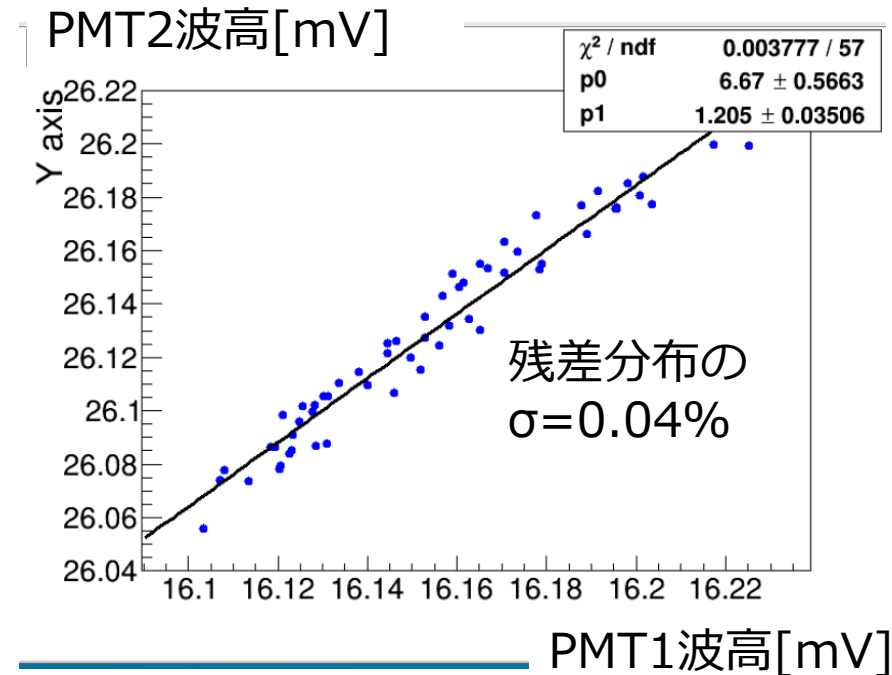
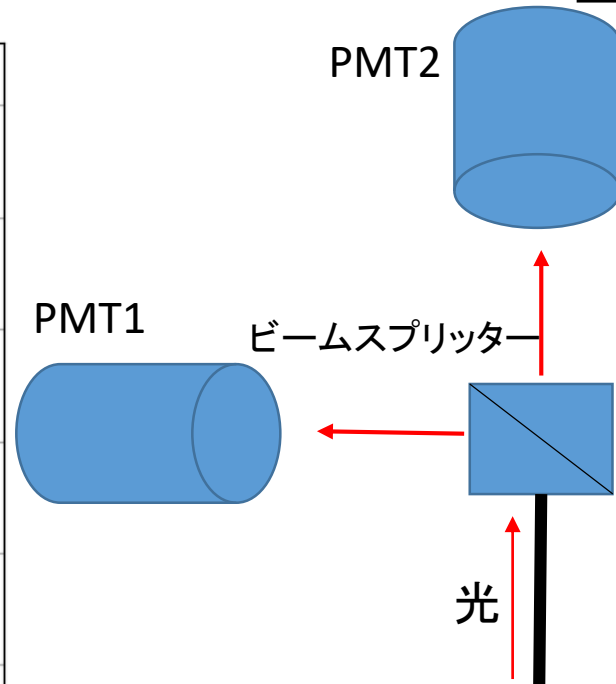
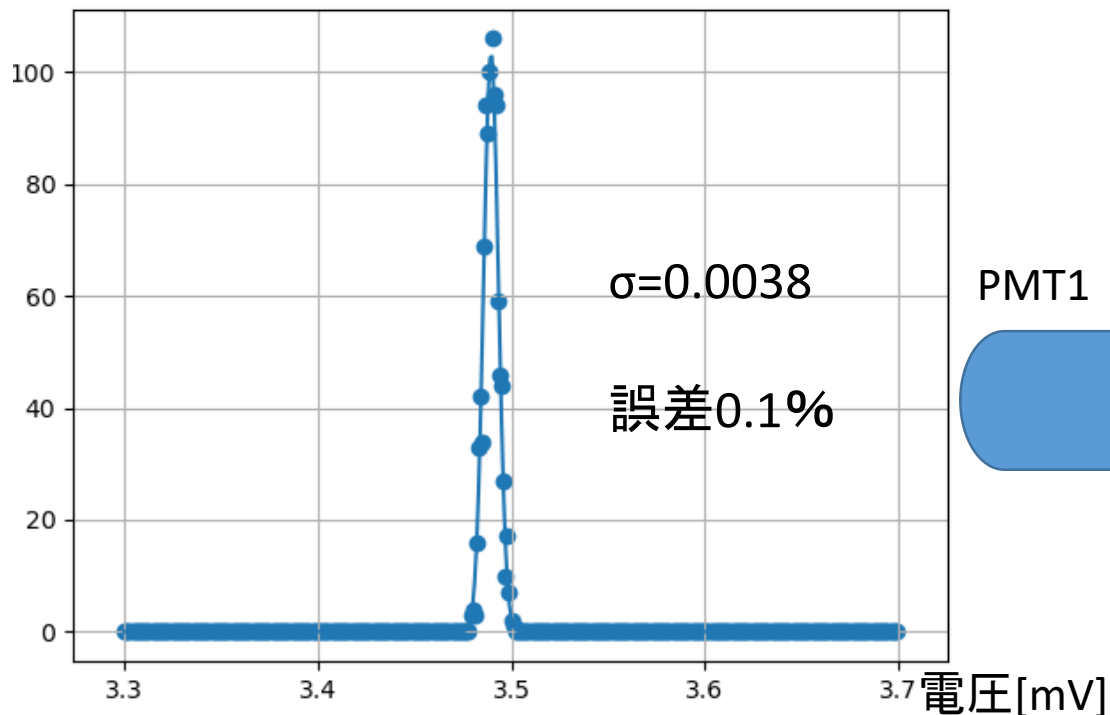
検出器回路図 13

誤差について

1. Nb板に対する入射角度
→手動で設定するので、最大1°の誤差とする
2. 光量測定誤差
→実際に測定し誤差を求める0.04%



イベント数



偏光解析

$$I/I_0 = r_p \cos^2 \psi_P \cos^2 \psi_A + r_s \sin^2 \psi_P \sin^2 \psi_A + \frac{1}{2} r_p r_s \sin 2\psi_P \sin 2\psi_A \cos \Delta$$

$$I = I(\psi_P, \psi_A)$$

r_p, r_s : p,s偏光の反射率

$$\frac{|r_p|^2}{|r_s|^2} = \frac{I(\psi_p, 0)}{I(\psi_p, \pi/2)} \tan^2 \psi_p = \tan^2 \psi$$

$$\cos \Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{|r_s|}{|r_p|} + \frac{|r_p|}{|r_s|} \right) \left(\frac{I(\pi/4, \pi/4)}{I(\pi/4, -\pi/4)} \right)$$

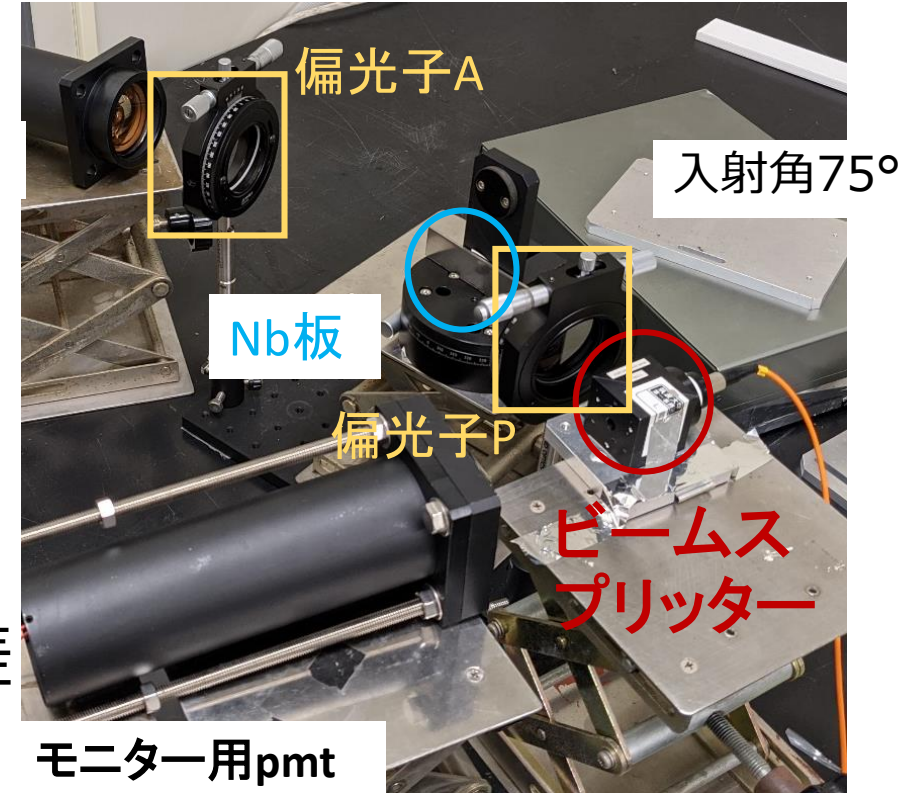
$$n^2 - k^2 = f(\theta, \psi, \Delta)$$

$$2nk = f(\theta, \psi, \Delta)$$

屈折率、消衰係数が測定できる

Δ : ps偏光の位相差

Θ : 入射角 (75°)



ψ_P, ψ_A の0°位置を合わせる

実験シミュレーション

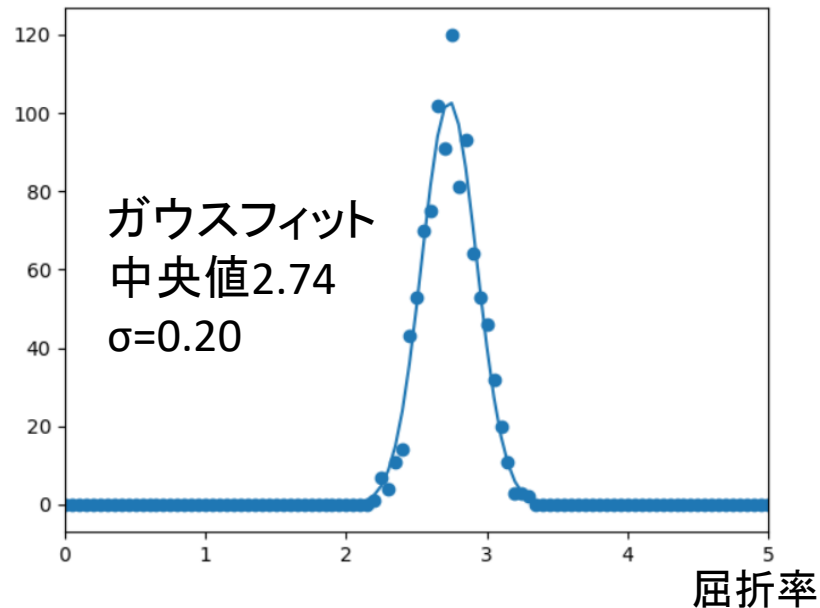
波長467.9nmにおけるNbの文献値

- 屈折率2.73
- 消衰係数2.90

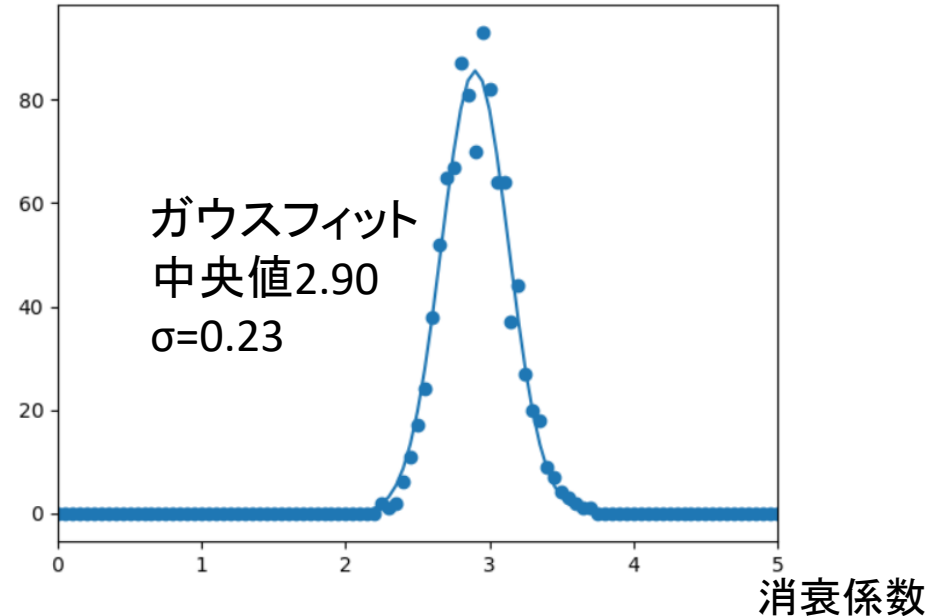
- Nbへの入射角度誤差 1°
- 光量測定 of 誤差0.1%

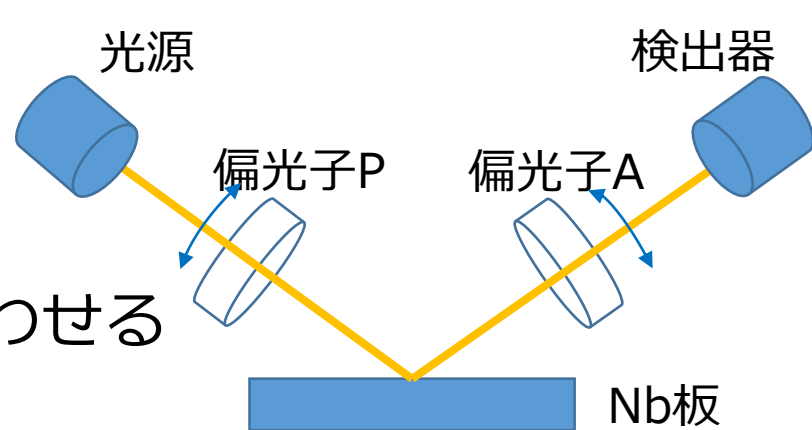
実験時の入射角度を 75° として、モンテカルロシミュレーションを行った

イベント数

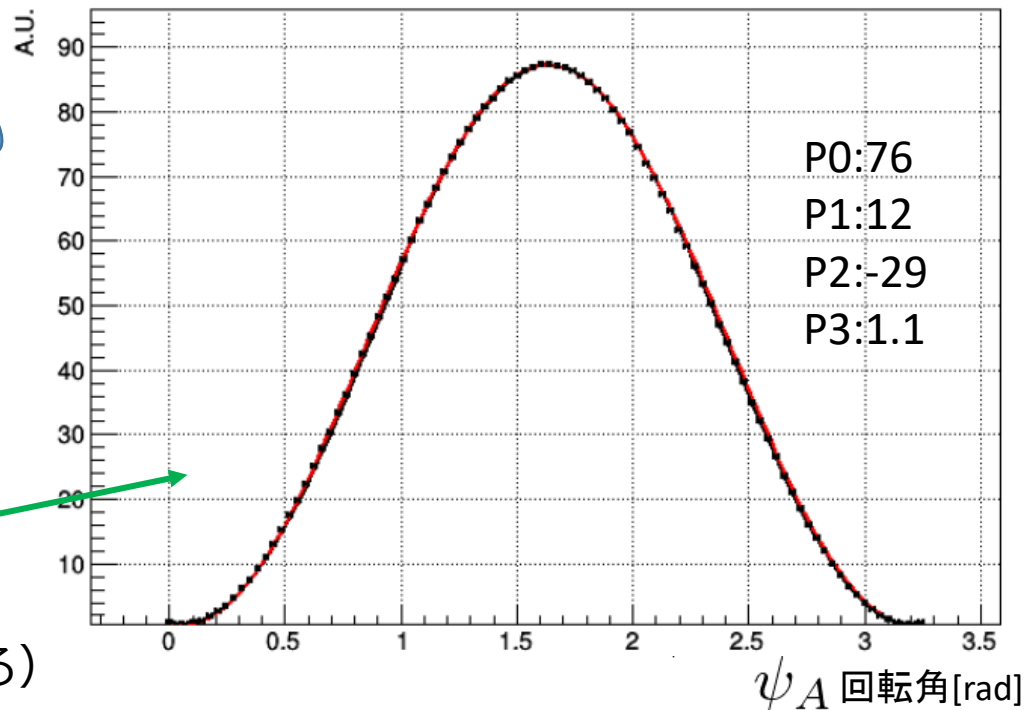


イベント数





ψ_P, ψ_A の0°位置を合わせる

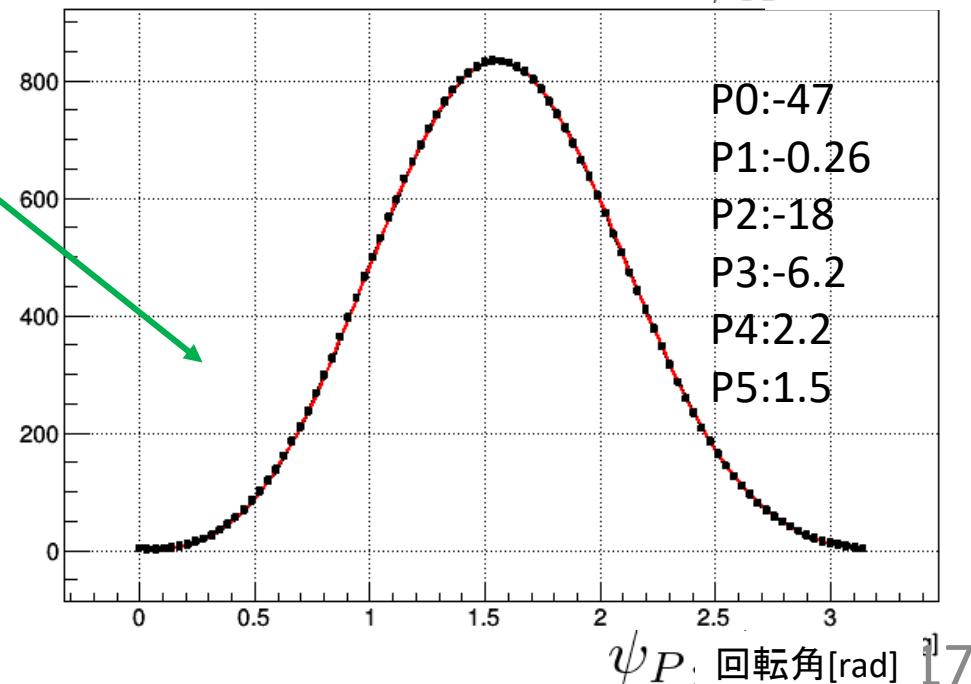


偏光子A回転での出力 (偏光子Pを入射面と垂直な面に合わせる)

$$P_0 \cos^2(\psi_A + P_3) + P_1 \sin^2(\psi_A + P_3) + P_2 \sin(2(\psi_A + P_3))$$

偏光子P回転での出力 (偏光子Aを厳密に入射面と垂直な面に合わせる)

$$(P_0 \cos^2(\psi_P + P_5) + P_1 \sin^2(\psi_P + P_5))(P_2 \cos^2(\psi_P + P_5) + P_3 \sin^2(\psi_P + P_5) + P_4 \sin(2(\psi_P + P_5)))$$



実験結果

	実験値 (波長465nm)	期待値 (期待誤差) (波長467.9nm)
屈折率	2.61±0.19	2.74 (±0.20)
消衰係数	2.94±0.21	2.90 (±0.23)

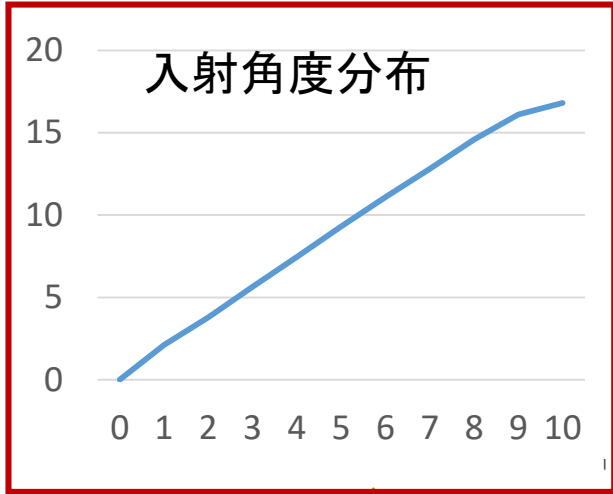
実験値は、予想される誤差の範囲内に収まっていることがわかった。

まとめ

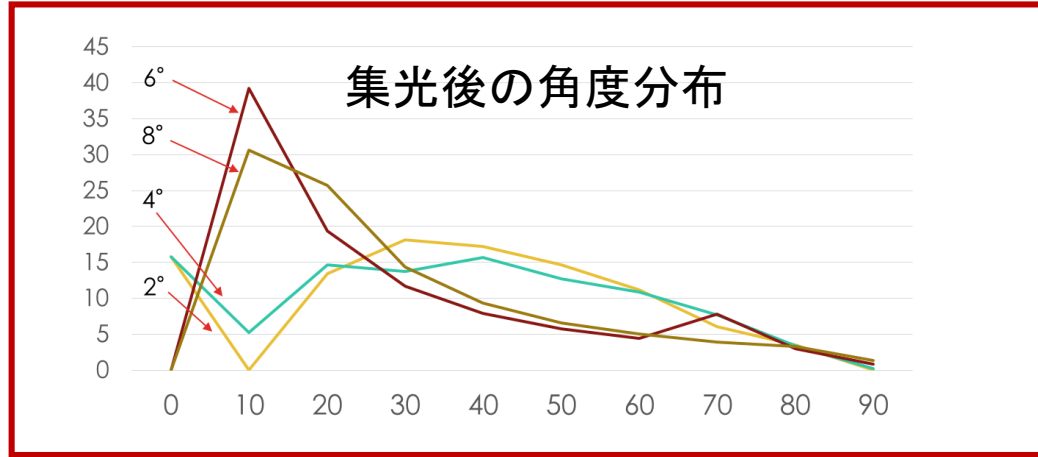
- ▶ より理想的な反射防止膜の材料を探している。
- ▶ 防止膜の設計にはNbの屈折率のデータが必要である。
 - ▶ Nbの屈折率を測定する実験を行った。
 - ▶ 実験で使用するPMTの性能を確認した。
 - ▶ 実験で生じる誤差を考慮し、文献値から期待値を求めた。
 - ▶ 可視光での実験を行い期待値と一致することを確認した。
- ▶ 今後、遠赤外光で実験を行いNbの屈折率を測定する。

backup

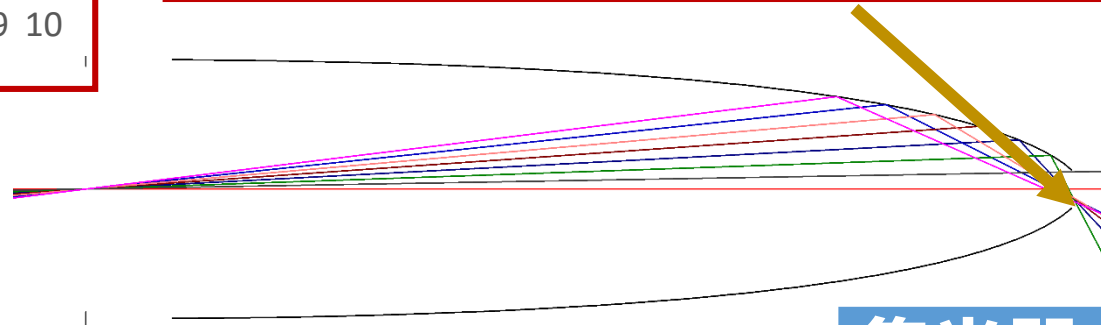
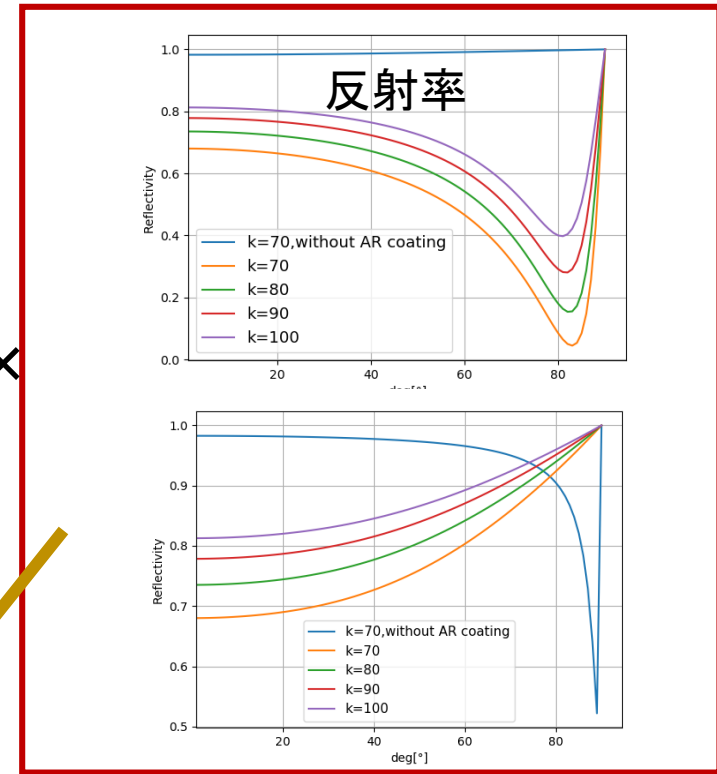
受光効率



×



×



集光器と反射防止膜の受光効率

今までの結果を掛け合わせ検出器で受光できる光の割合を計算した

目標の検出効率20%に届かなかったが、近い値が得られた

	K=70	K=100
S偏光	16.7%	9.85%
P偏光	11.9%	6.94%

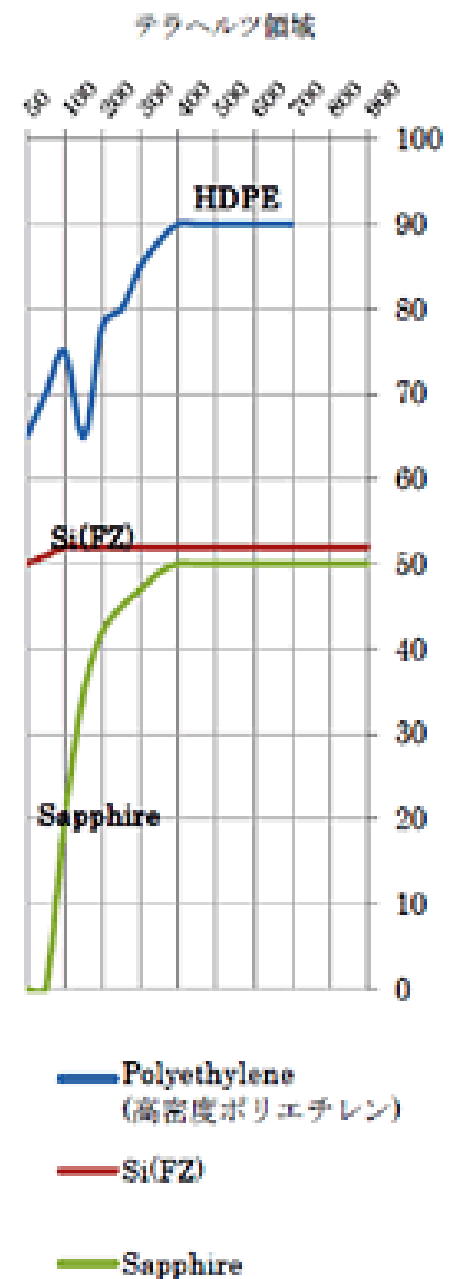
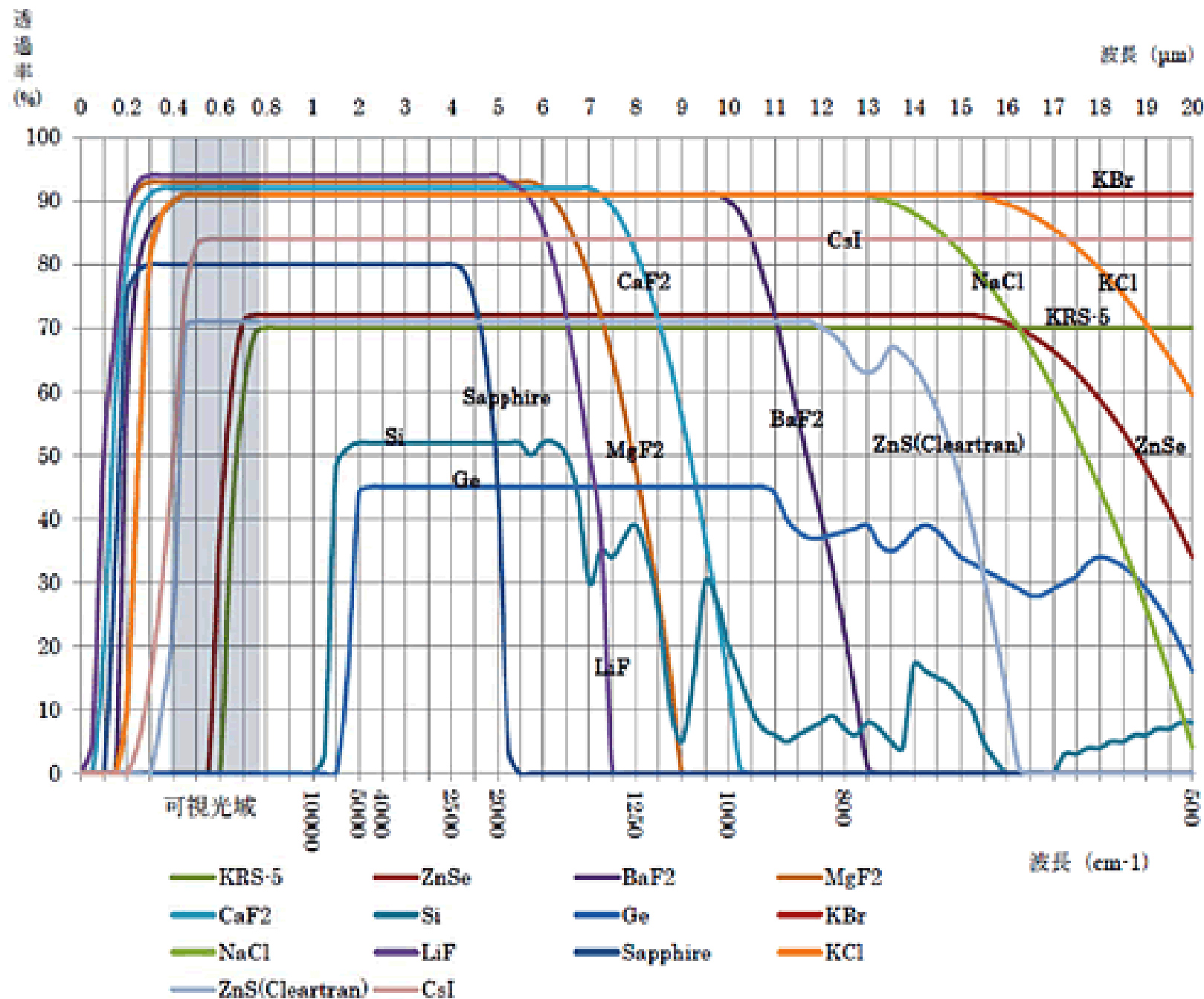
今後の課題

- ① 反射防止膜の屈折率が理想値の4.9に近い値の物質を見つける

集光器と反射防止膜の受光効率 ($n=4.9$ の場合)

	K=70	K=100
S偏光	32.3%	21.3%
P偏光	22.4%	13.9%

- ② 極低温、遠赤外領域でのNbの屈折率と消衰係数を測定する



Si(FZ)の特性

【物理的特性】

- ・密度 : 2.33g/cm³
- ・モース硬度 : 7
- ・9.37×10⁹Hzの誘電率 : 13
- ・融点, °C : 1414
- ・熱伝導率, W/m²K @ 313 K : 163
- ・熱膨張, 1/K at 293 K : 2.6×10⁻⁶
- ・比熱容量, J(kg⁻¹°C) : 712.8
- ・バンドギャップ, eV : 1.1
- ・ヌープ硬度, kg/mm² : 1100
- ・ヤング率, Gpa : 130.91
- ・剛性率, Gpa : 79.92
- ・体積弾性率, Gpa : 101.97
- ・デバイ温度, K : 640
- ・ポアソン比 : 0.28

$E=hc/e\lambda$ h:プランク定数(6.6×10^{-34})

c:光速(3.0×10^8)

e:素電荷(1.6×10^{-19})

$$\lambda=11.25 \times 10^{-7} \text{m}=1.1 \mu\text{m}$$

1.1 μm 以下で光の吸収あり

FZ法

FZ法とは、シリコン単結晶を育成する方式の一つ。原料となる多結晶の試料棒の一部を加熱し、種結晶となる下部の単結晶と試料棒との間に熔融部を作り、その融液部を表面張力によって支えながら全体を下方に移動させ、融液部を冷却して単結晶を得る方法。CZ法と違って石英るつぼを使わず、異物と接触しないので、純度の高いシリコン単結晶が作れる。地球上では、重力の影響で大口径化が難しい。

純度100%でつくれないうため100 μ m以降で吸収あり

屈折率、消光係数

$$E = E_0 e^{-i\omega t + ikx}$$

$k = 2\pi/\lambda = n\omega/c = 2n\pi/\lambda$ (屈折率 n の媒質中)

吸収があるとき n を $N = n + ik$ とすると都合がいい

$$E = E_0 e^{-\kappa\omega x/c} e^{-i\omega(t - nx/c)}$$

強度 I は絶対値の2乗に比例

$$I \propto E_0^2 e^{-2\kappa\omega x/c}$$

Nbの吸収係数

$$K' = \frac{K\lambda}{4\pi n}$$

λ ・・・波長
 K ・・・吸収係数
 n ・・・屈折率
 K' ・・・消光係数

$$K = \frac{K'4\pi n}{\lambda} = \frac{263 \times 4 \times \pi \times 24}{40000} = 1.982[nm^{-1}]$$

光の強度は

$$I = I_0 e^{-kx}$$

と表せる。Nbに入った光の強度はおよそ1nmでeの2乗分の1になるのでnbでの反射率は考慮しないで良いと思われる

反射率計算

- 入射する電場の振幅を Ea としたとき防止膜で反射された波は

$$E_0 = r_{01}Ea$$

基盤で反射され防止膜を透過した波は

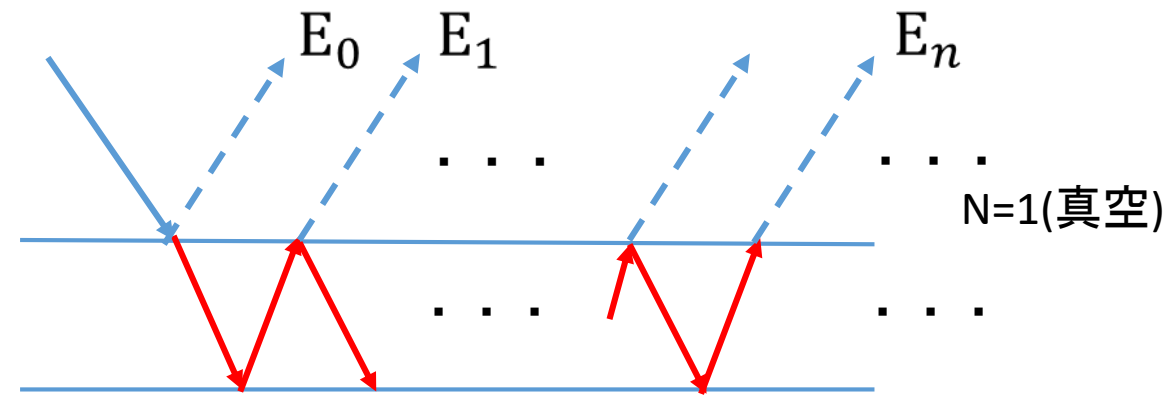
$$E_1 = t_{01}r_{12}t_{10}exp(i\phi)Ea$$

ここで位相 ϕ は

$$\phi = 2 \times n_1 d \cos\theta_1 \frac{2\pi}{\lambda}$$

これらから n 回基盤で反射した波は

$$E_n = t_{01}r_{12}(r_{10}r_{12}exp(i\phi))^{n-1}t_{10}exp(i\phi)Ea$$



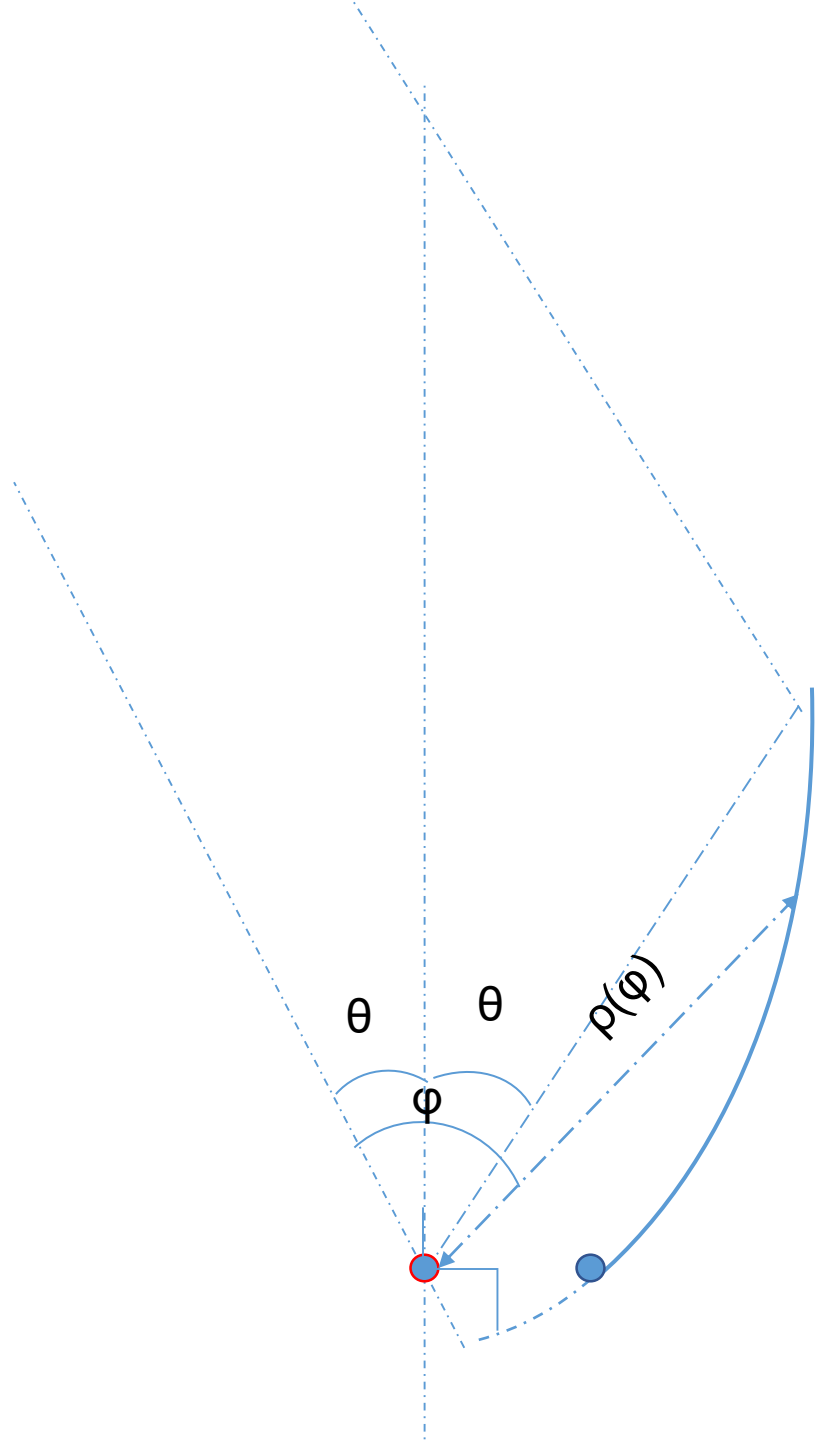
反射率計算

実際の反射波はこれらの足し合わせとなる.

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 + E_1 + E_2 + \dots + E_n + \dots \\ &= E_0 + \sum_{n=1} E_n \end{aligned}$$

求めたいフレネル係数は

$$\begin{aligned} r &= \frac{E_r}{E_a} = r_{01} + \sum_{n=1} t_{01} r_{12} (r_{10} r_{12} \exp(i\phi))^{n-1} \exp(i\phi) \\ &= r_{01} + \frac{t_{01} r_{12} t_{10} \exp(i\phi)}{1 - r_{10} r_{12} \exp(i\phi)} \end{aligned}$$



$$\rho(\phi) = \frac{2f}{1 - \cos \phi}$$

$$\rho\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2f}{1 - \sin \theta} = 2a'$$

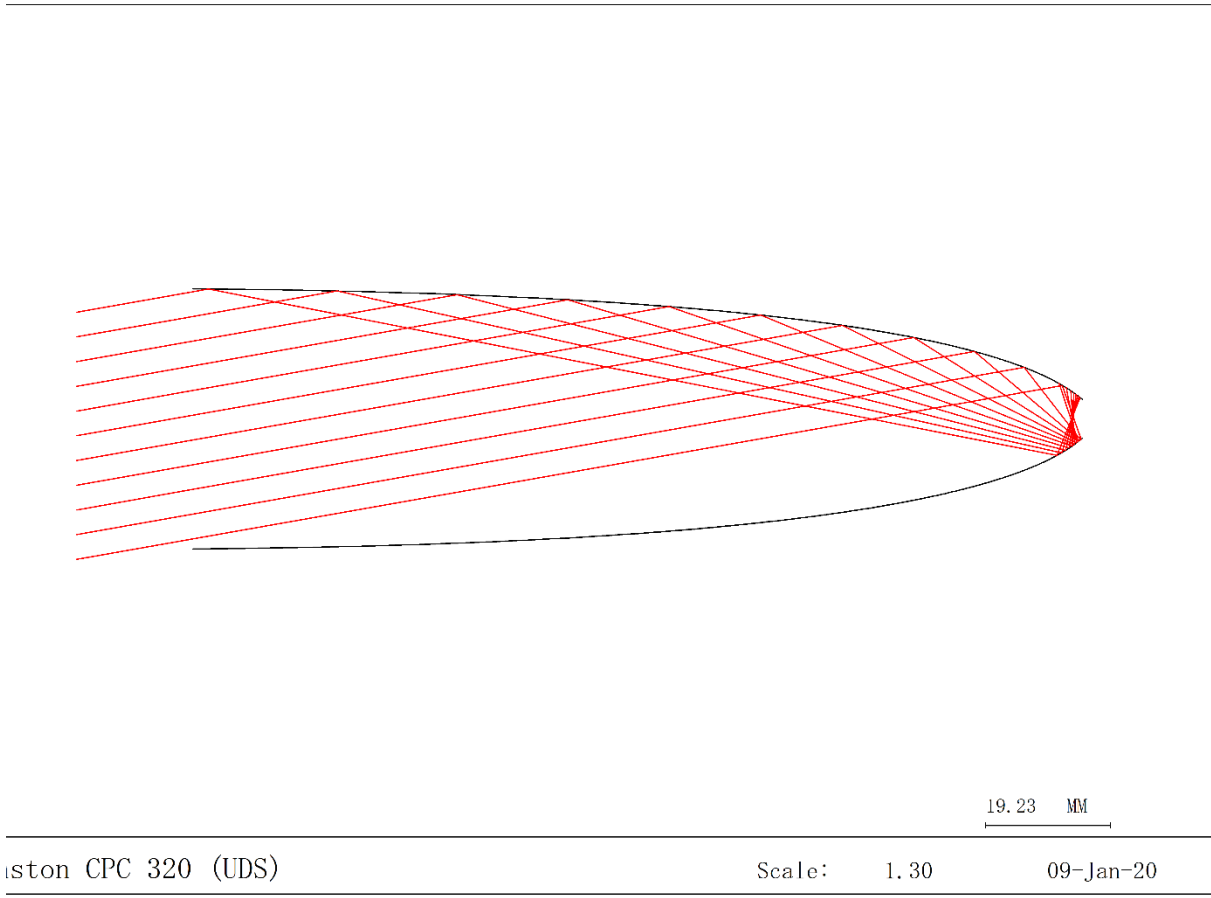
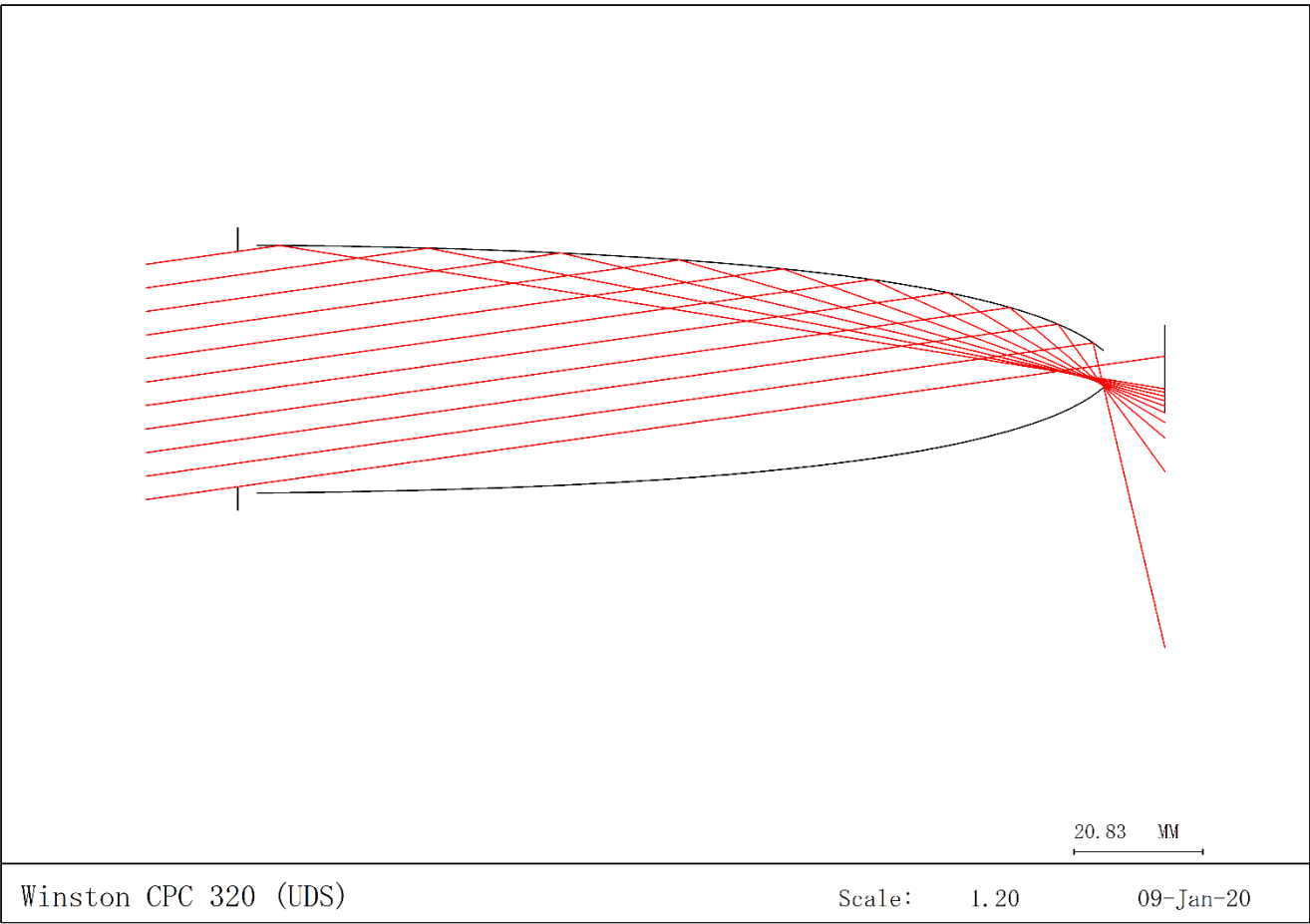
$$L = (a + a') \cot \theta$$

$$\rho(2\theta) = \frac{2f}{1 - \cos(2\theta)} = \sqrt{L^2 + (a + a')^2}$$

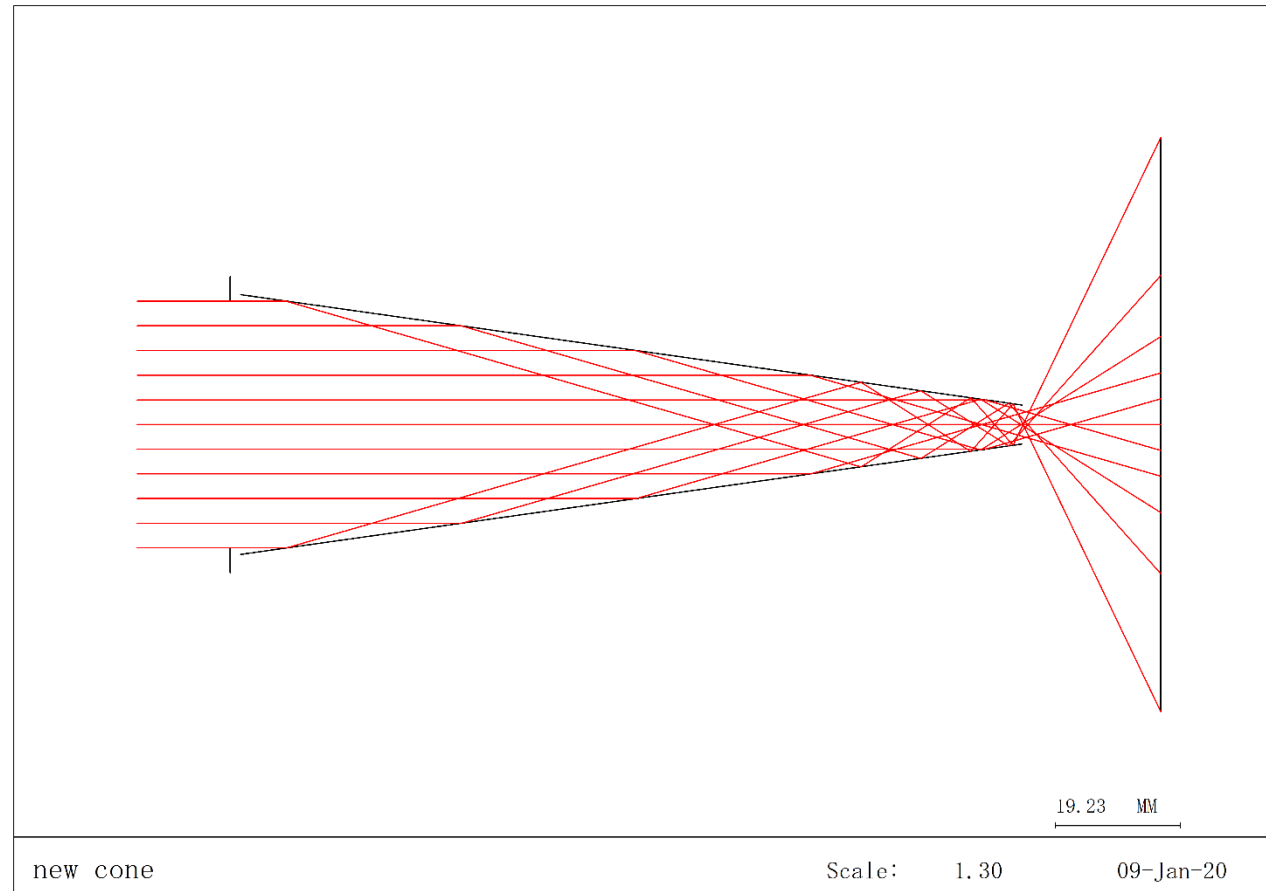
$$a' = a \sin \theta$$

8°

10°



円錐



円錐入射角に対する射出割合

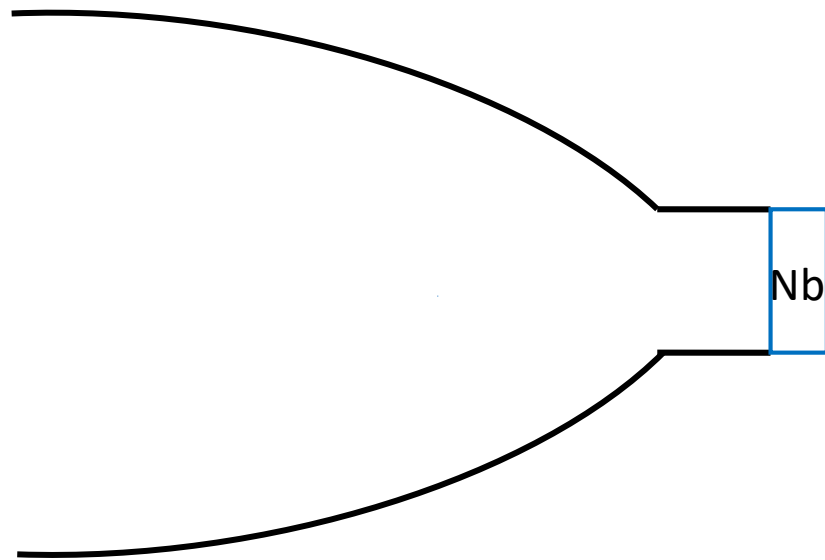
0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
1	0.98	0.85	0.85	0.79	0.66	0.66	0.60	0.54	0.47	0.42

全体

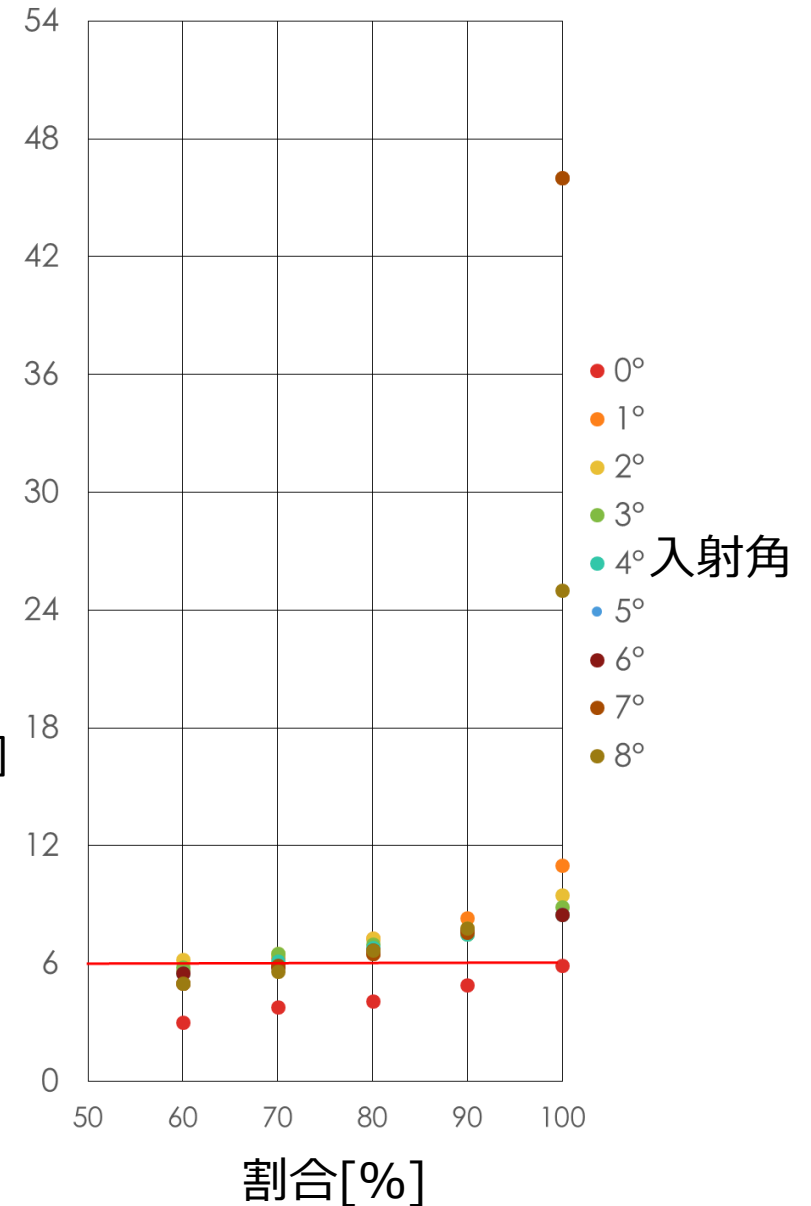
3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	全体
0.056	0.10	0.091	0.090	0.080	0.072	0.062	0.051	0.61

集光器解析（100倍してる）

- ▶ 終口端から0.6mm離れた位置で入射角に対して光線が一定の割合満たされるための最小円直径
(防止膜の理想的な膜厚の最大値が0.6mmのため)
- ▶ 終口端の直径6mmではどの入射角も約70%を満たす



最小円直径 [mm]



この損失が無視できない場合、集光器から検出器の間に円筒などを挟む必要がある。

重いニュートリノは光子 γ を放出しながら軽いニュートリノに崩壊する可能性がある。これをニュートリノ崩壊という。式 (19) (20) にその崩壊式と ν_3 静止系での放出される光子エネルギー E_r を示す。

$$\nu_3 \rightarrow \nu_2 + \gamma \quad (19)$$

$$E_r = \frac{m_3^2 - m_{1,2}^2}{2m_3} \quad (20)$$

質量二乗差のデータと宇宙観測の結果から得られた $\sum m_i < 0.23eV$ というデータから m_3 の質量範囲と第3世代から第2世代に崩壊した場合の E_r の範囲がわかっている。

$$50meV < m_3 < 87meV \quad (21)$$

$$E_r = 14 \sim 24meV (\lambda = 51 \sim 89\mu m) \quad (22)$$

$$m_3 \simeq \sqrt{|\Delta m_{23}^2|} \sim 0.05eV$$

1.5 ニュートリノの崩壊寿命

ニュートリノの質量階層を正常階層とし、 $m_3 = 50meV$ を用いてニュートリノの崩壊寿命を計算すると

$$\tau(\nu_3 \rightarrow \nu_2 + \gamma) \sim 2.1 \times 10^{43} years \quad (23)$$

となり非常に長い。標準理論では弱い相互作用は左巻きニュートリノと W_L のみが結合すると考えるが、ここで右巻きニュートリノとも相互作用する W_R があると仮定する。この考え方を Left-Right Synmetric Model[2] と呼ぶ。このとき W ボゾンの質量固有状態は式 (24) であらわされる。

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\xi & -\sin\xi \\ \sin\xi & \cos\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_L \\ W_R \end{pmatrix} \quad (24)$$

ここで W_1 、 W_2 は質量固有状態、 ξ は W_L 、 W_R の混合角である。このモデルでの崩壊寿命は $\xi < 0.02$ 、 $m(W_2) = 750GeV$ を仮定すると式 (25) となる。

$$\tau(\nu_3 \rightarrow \nu_2 + \gamma) \sim 1.5 \times 10^{17} years \quad (25)$$

標準模型、Left-Right Synmetric Model のどちらにおいても崩壊寿命は非常に長くニュートリノの崩壊光探索には大量のニュートリノ源が必要である。

Nbの光学定数測定（偏光解析法）

屈折率と消衰係数に関する方程式（消衰係数は、複素屈折率の複素成分）

$$n^2 - k^2 = \sin^2 \theta_i \left(1 + \frac{\tan^2 \theta_i (\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta)}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \right)$$

$$2nk = \frac{\sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_i \sin 4\psi \sin \Delta}{1 + \sin 2\psi \cos \Delta}$$

$\tan \psi = \frac{r_{\perp}}{r_{\parallel}}$: p偏光とs偏光の振幅強度比

Δ : p偏光とs偏光の位相差

θ_i : 入射角

ψ と Δ が知りたい

偏光解析法

出力強度比 (I_0 は入射強度。 ψ_P, ψ_A は偏光子と検光子の入射面からの角度)

$$I/I_0 = r_{//} \cos^2 \psi_P \cos^2 \psi_A + r_{\perp} \sin^2 \psi_P \sin^2 \psi_A + \frac{1}{2} r_{//} / r_{\perp} \sin 2\psi_P \sin 2\psi_A \cos \Delta$$

$$I = I(\psi_P, \psi_A)$$

$$I_1 = I(\psi_P, \pi/2) = I_0 r_{\perp}^2 \sin^2 \psi_P$$

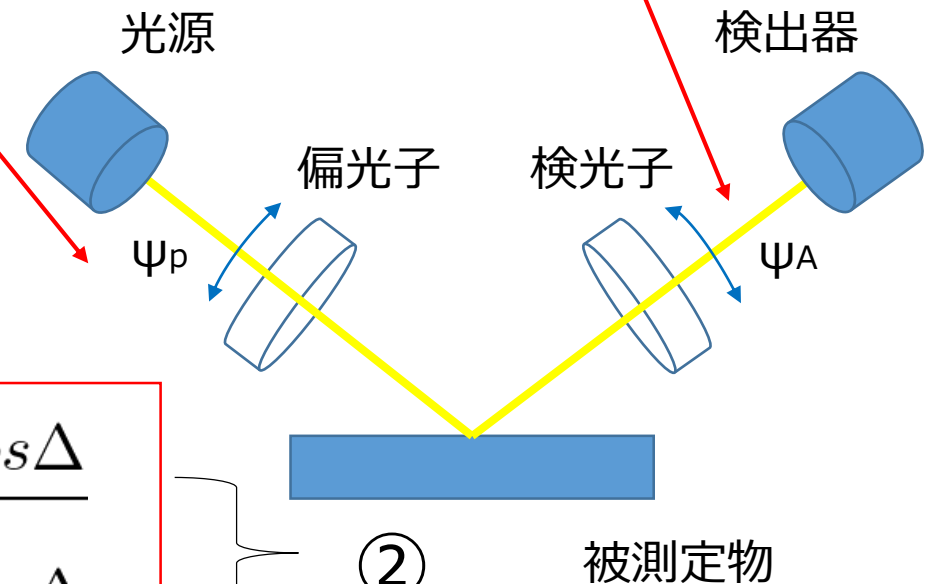
$$I_2 = I(\psi_P, 0) = I_0 r_{\perp}^2 \tan^4 \psi \cos^2 \psi_P$$

$$I_3 = I(\pm\pi/4, \pm\pi/4) = I_0 r_{\perp}^2 \frac{1 + \tan^4 \psi + 2 \tan \psi \cos \Delta}{4}$$

$$I_4 = I(\pm\pi/4, \mp\pi/4) = I_0 r_{\perp}^2 \frac{1 + \tan^4 \psi - 2 \tan \psi \cos \Delta}{4}$$

①

②

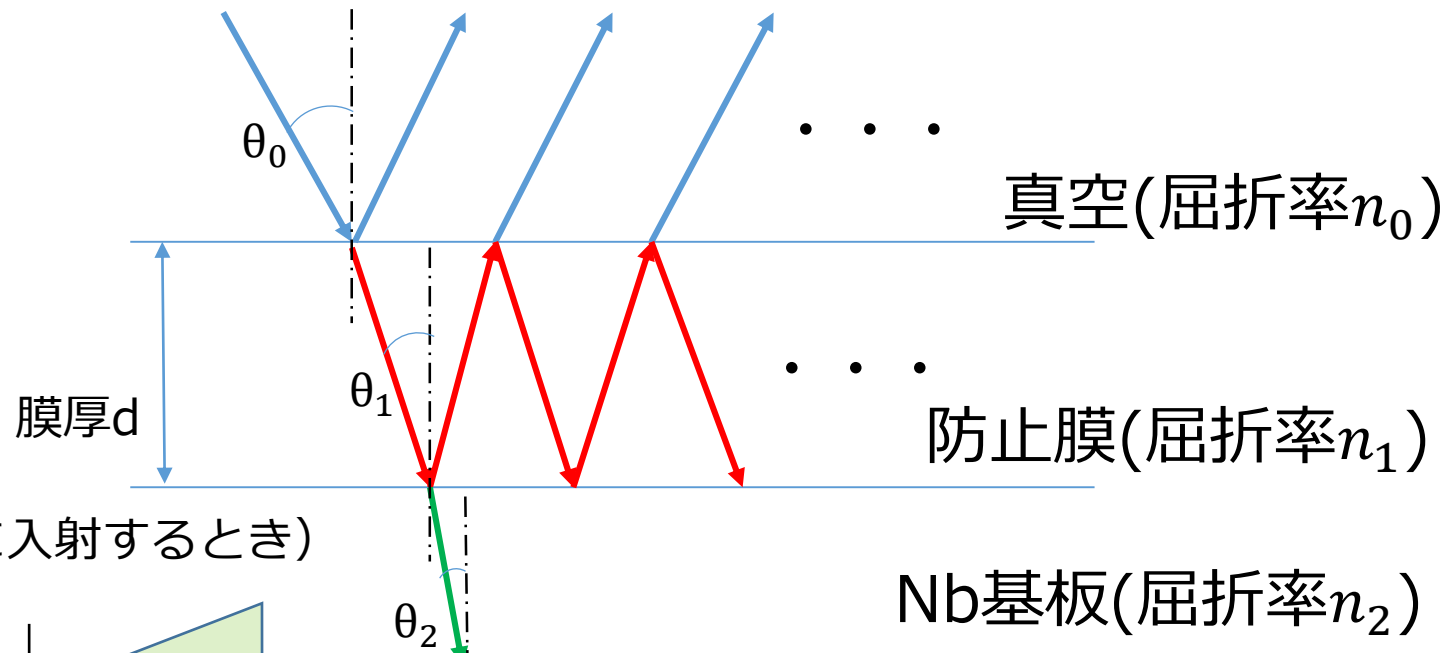


$$\textcircled{1} \quad \tan^2 \psi = \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^{1/2} \tan \psi_P$$

$$\textcircled{2} \quad \cos \Delta = \frac{1}{2} \left(\tan^2 \psi + \frac{1}{\tan^2 \psi} \right) \left(\frac{I_3 - I_4}{I_3 + I_4} \right)$$

反射防止膜設計

膜と基板の反射光同士の位相をずらして打ち消しあうことによって反射率を下げ、透過率をあげる。



▶ フレネル係数(屈折率 n_i から n_j の媒質に入射するとき)

振幅反射率

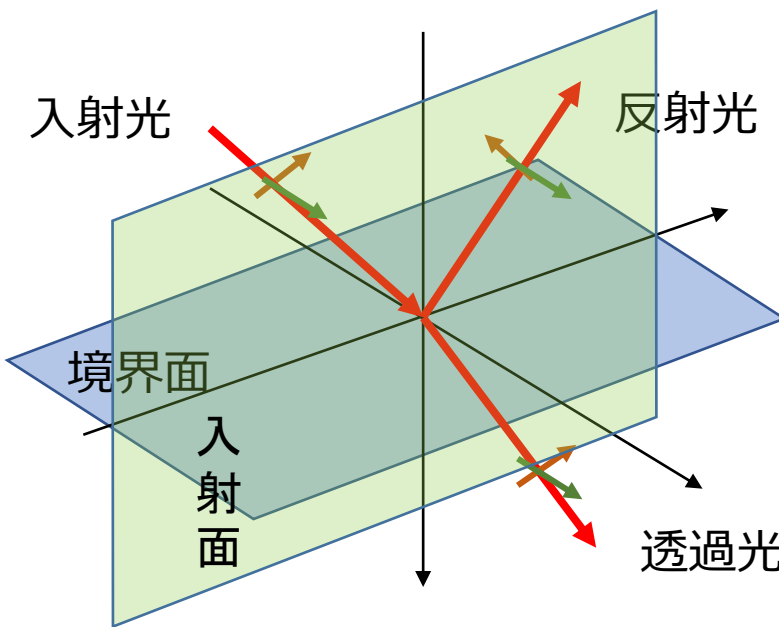
$$r_{ij} = \frac{\eta_i - \eta_j}{\eta_i + \eta_j}$$

振幅透過率

$$t_{ij} = \frac{2\eta_i}{\eta_i + \eta_j}$$

p偏光: $\eta_i = \frac{n_i}{\cos\theta_i}$

s偏光: $\eta_i = n_i \cos\theta_i$ (i=0,1,2)



→ P 偏光
→ S 偏光

• 複素屈折率

媒質に吸収がある場合屈折率は消衰係数を複素成分として複素数に拡張される。

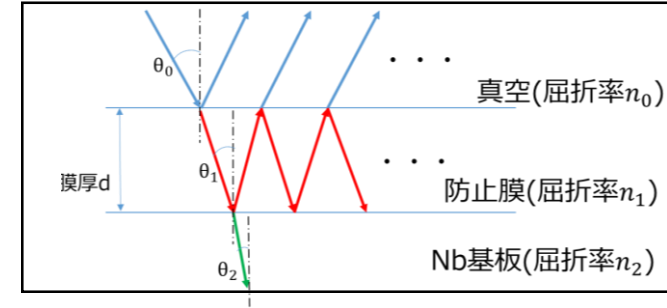
$$N = n + ik \quad (n: \text{屈折率}, k: \text{消衰係数})$$

防止膜設計

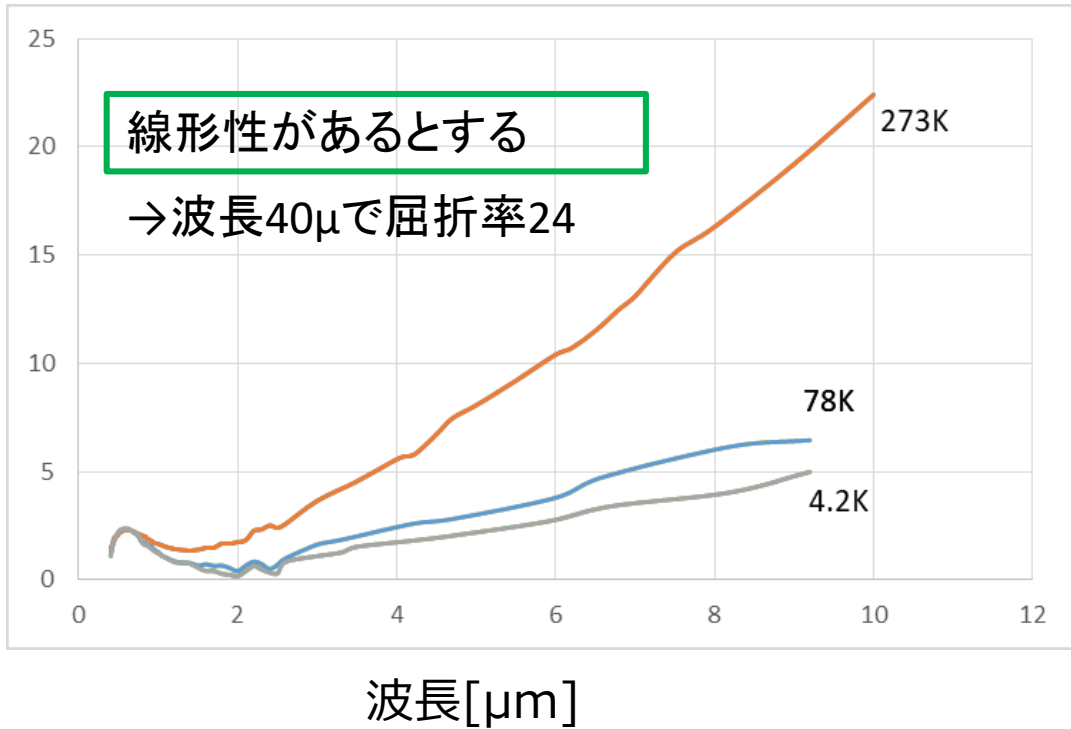
$$\phi = 2 \times n_1 d \cos \theta_1 \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\phi \text{は位相差、} d \text{は膜厚})$$

$$R = rr^* = \frac{r_{01}^2 + r_{12}^2 + 2r_{01}r_{12}\cos\phi}{1 + r_{01}^2r_{12}^2 + 2r_{01}r_{12}\cos\phi} \left\{ \begin{array}{l} n_2 = \sqrt{n_1 n_0} \\ \cos\phi = -1 \end{array} \right. \text{のとき反射率最小}$$

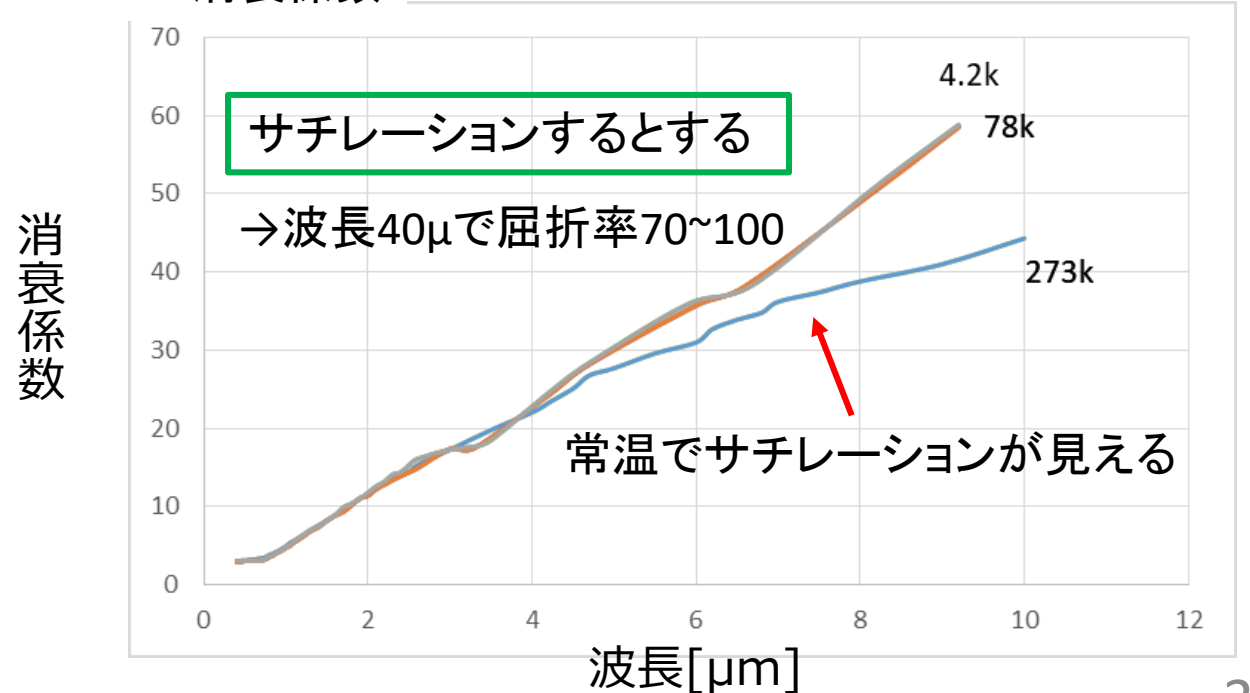
- これを求めるには各層の屈折率と消衰係数が必要
- 遠赤外(40 μm ~)で極低温のNbの屈折率、消衰係数がわからない



Nb屈折率



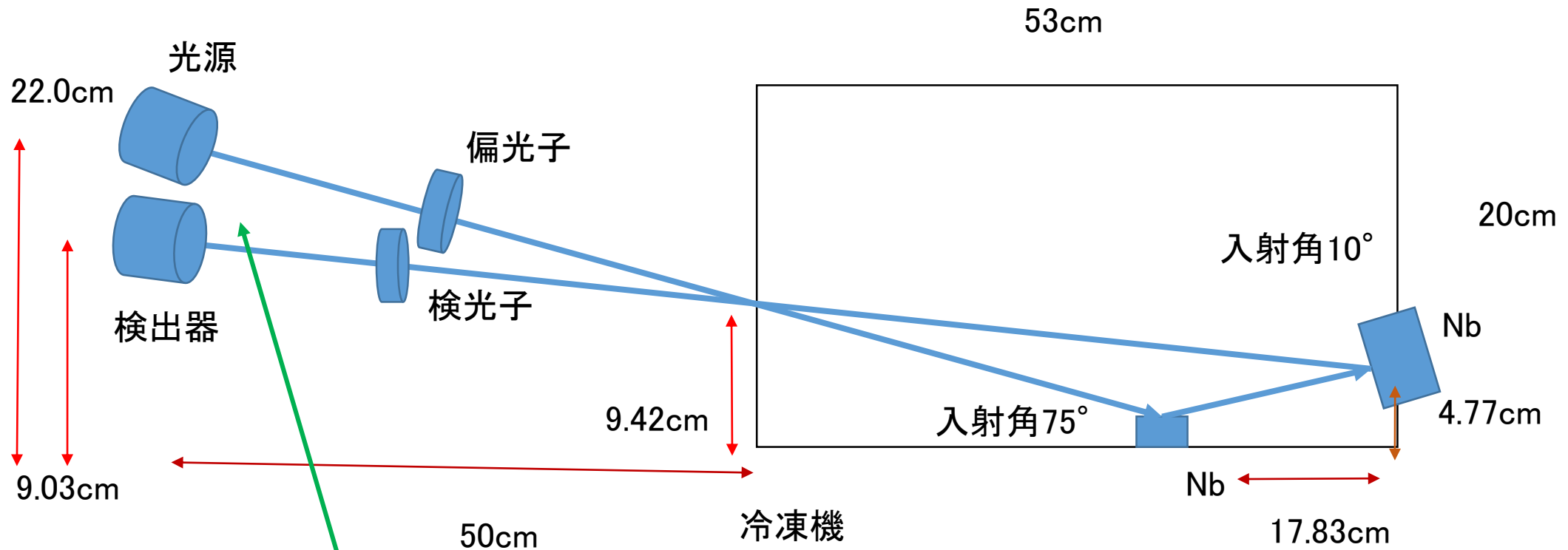
Nb消衰係数



実験配置図

- 実際の実験は極低温で行うので、冷凍機内で反射させる系を予定

入射角は 90° に近い方がよいが、この配置では 75° が限界



75° 以上では光源と検出器がぶつかる

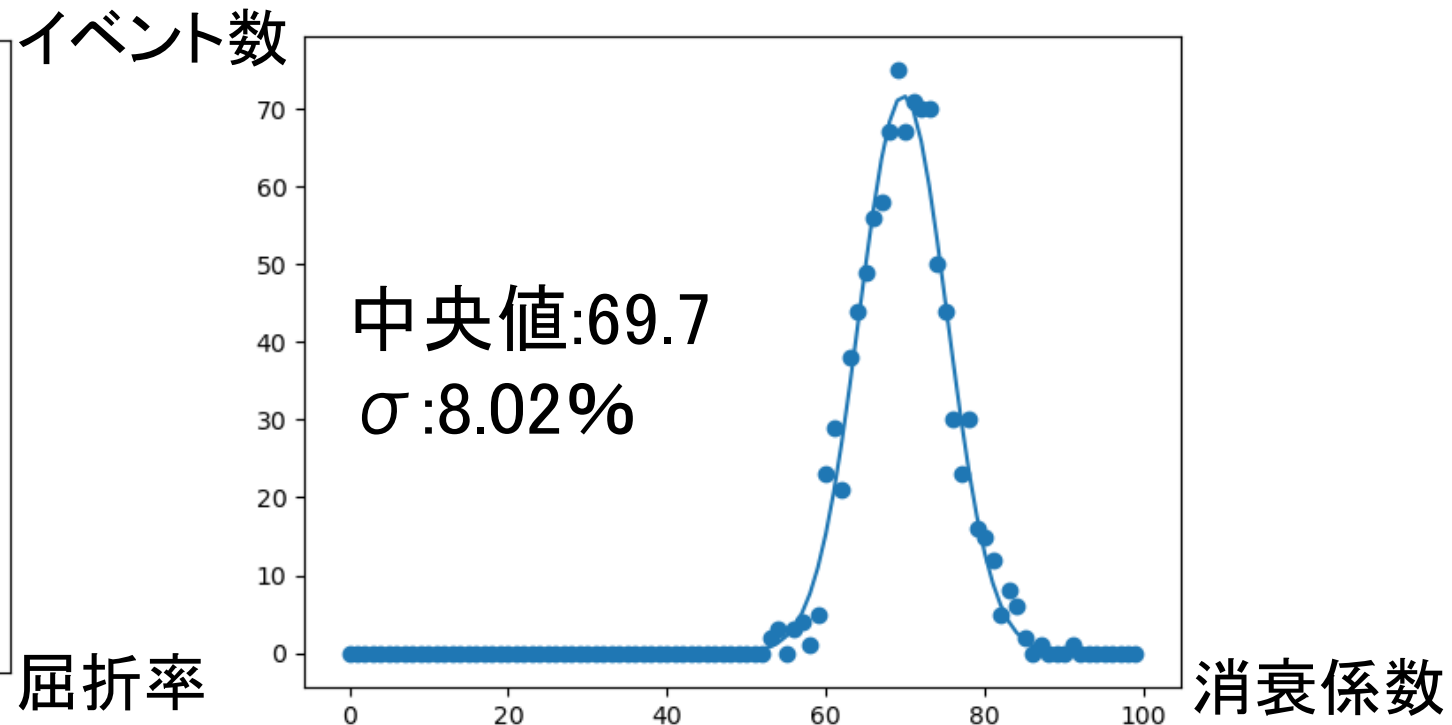
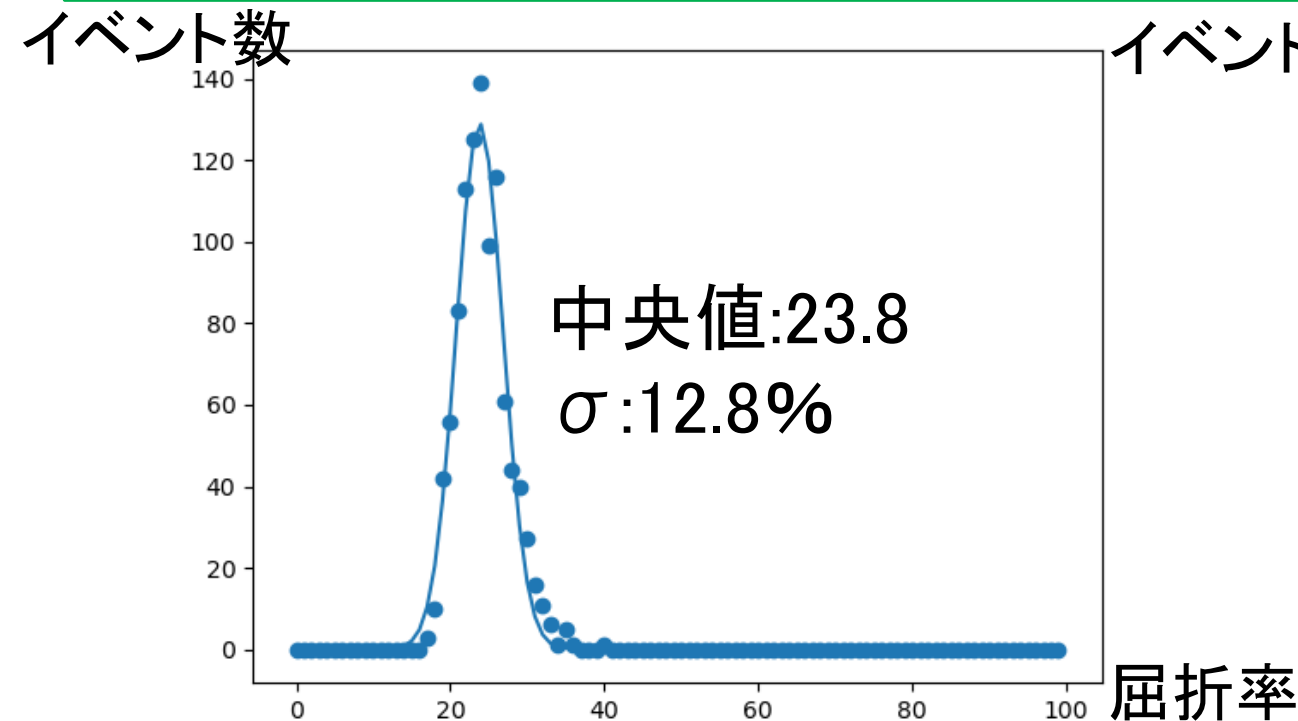
偏光子の精度

- 偏光子自体はホルダーによって0.012°ずつ回転できる
- 検出器が判別できる角度を0.1°とする

入射角の精度

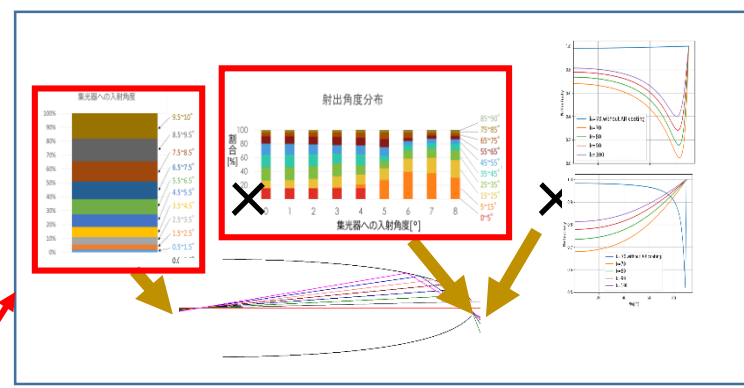
- 入射角の精度は±1°以下にできる

二つの誤差をもとにモンテカルロ法によって実験の精度を調べる



この誤差が実際の受光効率にどれほど影響するのか

受光効率への影響

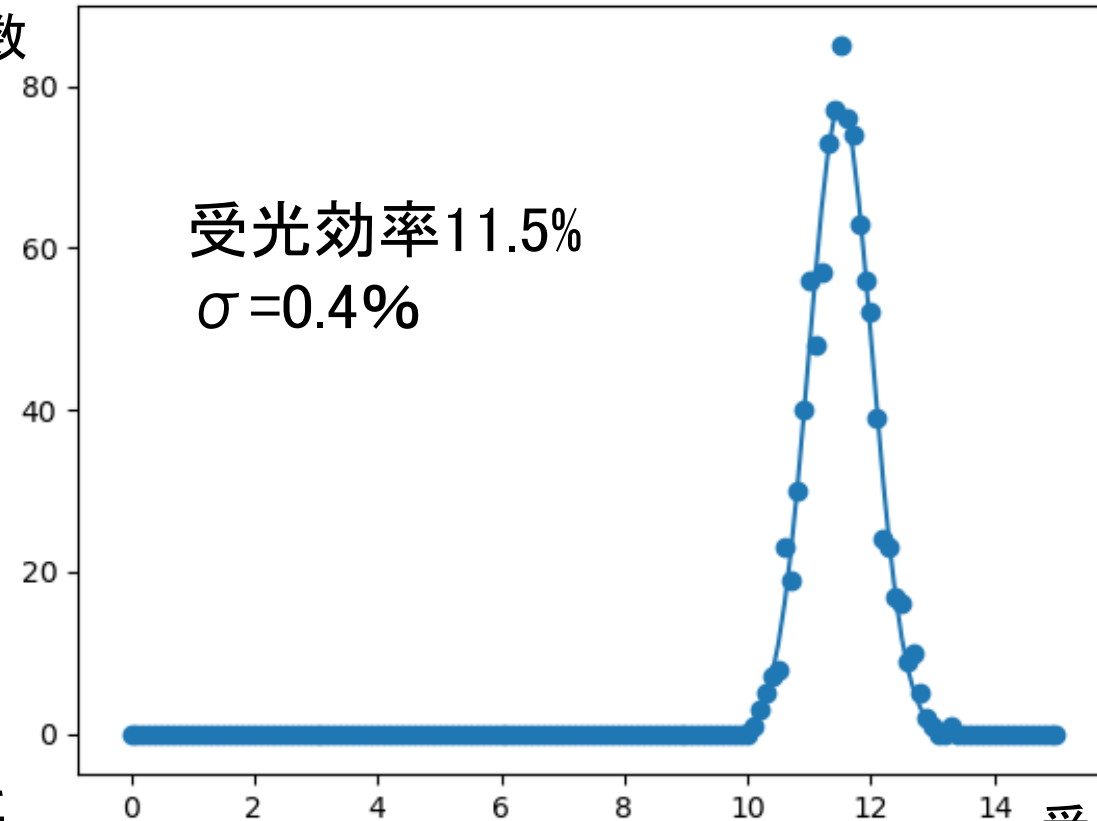


偏光子、入射角の精度が**全体の受光効率**にどの程度影響するのかを調べる

集光器手前から考えた受光効率

	K=70	K=100
S偏光	16.7%	9.85%
P偏光	11.9%	6.94%

イベント数



受光効率11.5%
 $\sigma=0.4\%$

受光効率[%]19

仮定した精度では十分な結果が得られた

