# $J/\psi$粒子の質量測定

実験Ⅲ素粒子テーマ7回目

- Z粒子の測定、補足説明と発展課題
- $J/\psi$の質量測定

２つの測定値の
一致・不一致について

# ミューオン寿命の測定で…

- 世界平均

$$\tau_\mu^{world\ ave.} = 2.1969811 \pm 0.0000022\ (\mu s)$$

- 僕・私の測定結果(例えば):

$$\tau_\mu^{my\ meas.} = 2.07 \pm 0.10\ (\mu s)$$

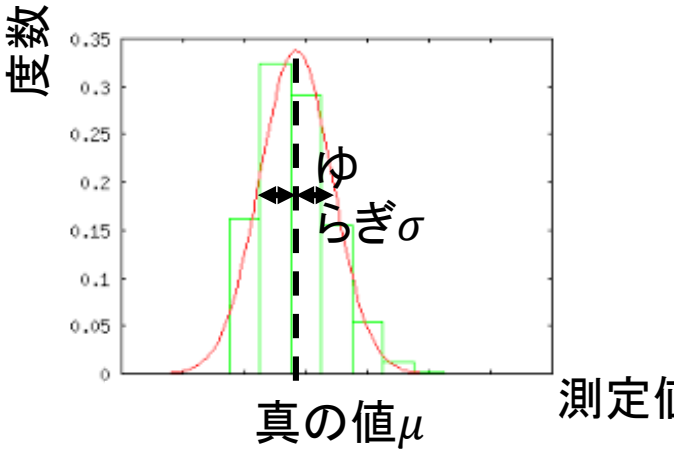
2017 Review of Particle Physics

- 中心値の差= 2.1969811-2.07=0.13 > 0.10(僕・私の誤差)

(疑問)世界平均と一致しない結果をだしてしまったのか!?

実験失敗か？

# N回の実験での測定結果のゆらぎ



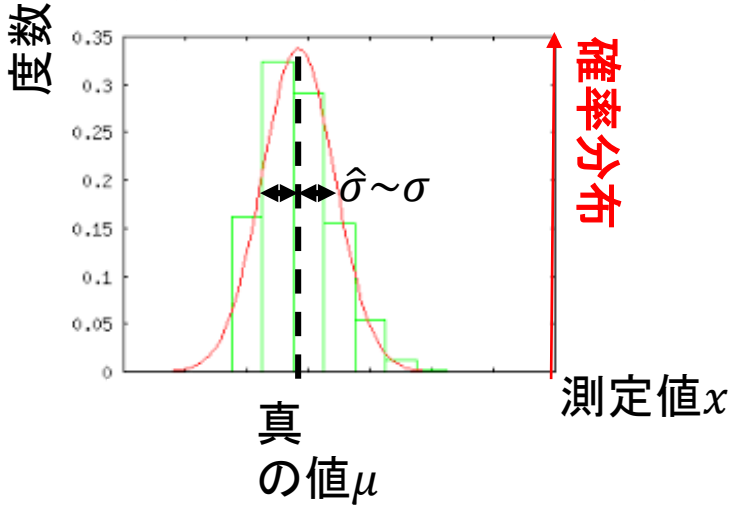

- ミューオン寿命の真の値$\mu$。
- 1週間データをため、ミューオン寿命を測った結果$x$
- まったく同じ実験をN回繰り返し測定する。
  - 測定結果にはゆらぎ$\sigma$がある

⇒　N回の測定結果　$x_1, x_2, \ldots x_N$　は標準偏差　$\sigma$　で分布する。

⇒　多くのケースで、Nが大きければガウス分布に従う。

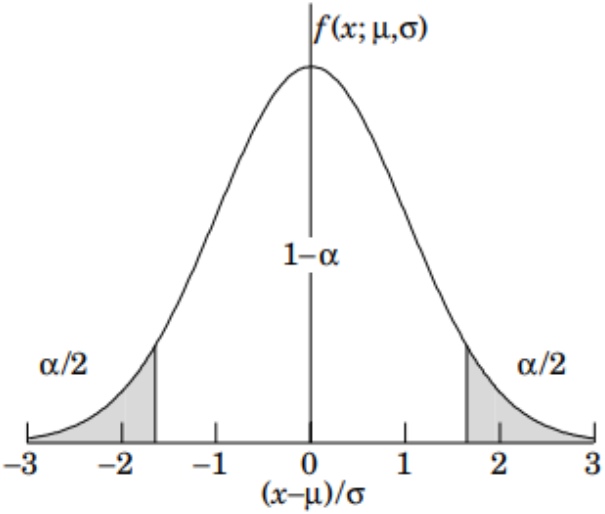
# 1回だけの実験結果をどう解釈するか

- ミューオン寿命の真の値$\mu$、ゆらぎ$\sigma$
- 1回1回の実験結果$x$は、中心値$\mu$、標準偏差$\sigma$の確率密度関数に従う。
- 1回の実験では測定誤差　＝　測定のゆらぎ　$\sigma$
  - われわれが見積もった測定誤差　$\hat{\sigma}$
  - 実験・解析が間違ってなければ、　$\hat{\sigma}\sim\sigma$



# ガウス統計での確率分布

- 世界平均の誤差は学生実験の誤差に比べて無視できるくらい小さいことが多いうえ、測定結果は世間的に信頼されている。
- わかりやすさのため、「真の値～世界平均の中心値」とイメージしてみてください。（㊟あとで但し書きあり！！）




| $\alpha$ | $\delta$ | $\alpha$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|
| 0.3173 | $1\sigma$ | 0.2 | $1.28\sigma$ |
| $4.55\times10^{-2}$ | $2\sigma$ | 0.1 | $1.64\sigma$ |
| $2.7\times10^{-3}$ | $3\sigma$ | 0.05 | $1.96\sigma$ |
| $6.3\times10^{-5}$ | $4\sigma$ | 0.01 | $2.58\sigma$ |
| $5.7\times10^{-7}$ | $5\sigma$ | 0.001 | $3.29\sigma$ |
| $2.0\times10^{-9}$ | $6\sigma$ | $10^{-4}$ | $3.89\sigma$ |

$(x-\mu)$が真の値の$1\sigma(2\sigma)$以内になるのは、68%(95%)の確率。
100回測定すれば、30(5)回は外れる。

- 2つの結果が$1\sigma$以内に一致しなかったからと言って不一致と結論するのは厳しすぎ。$>2\sigma$をはずれた場合は、不一致を疑いはじめる。
- 不一致の場合は、測定に間違いがある、誤差の見積もり$\hat{\sigma}$が小さすぎ（考え忘れている系統誤差～「タイプB不確かさ」がある）、を疑う。

# 世界平均との比較についての㊟

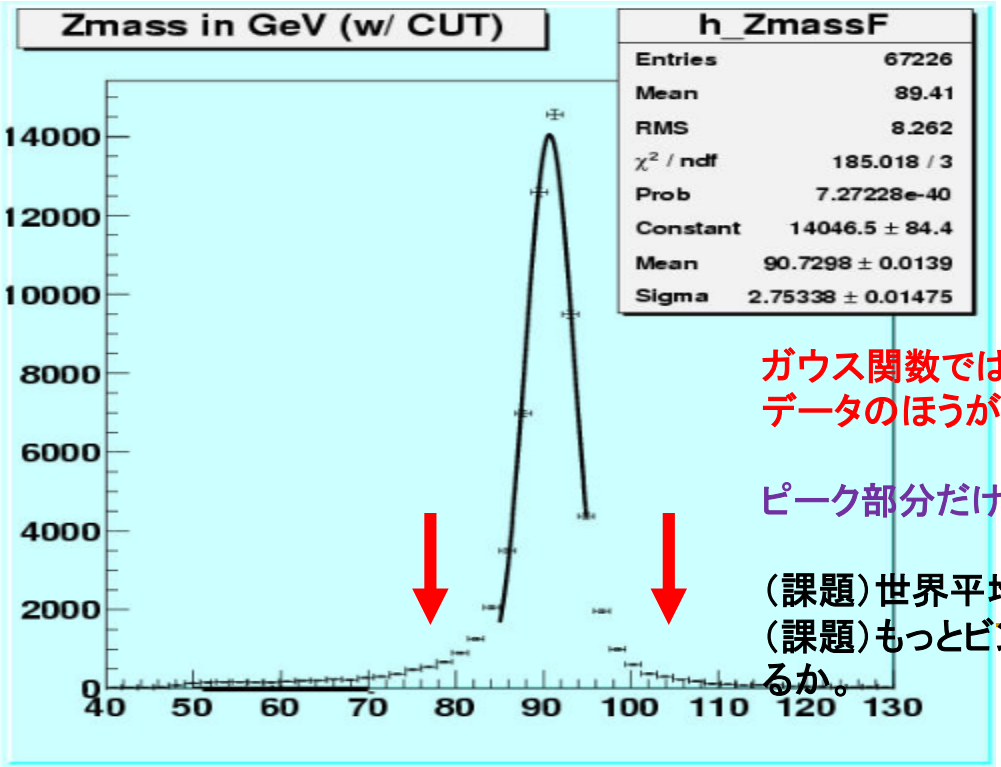
- 前ページでは、「真の値～世界平均の中心値」とイメージしてもらった。
- 最先端の実験では、「世界平均の誤差<<自分たちの誤差」は成り立たない場合も多い。
  - 「先行研究（世界平均）の誤差>>自分たちの誤差」を目指して論文を書いている場合が多い。
  - 先行研究の結果と一致しない場合、自分たちの間違いはもちろん、先行研究の間違いも疑ってかかる必要がある。

Z粒子の補足説明

# Z解析でのμ-ID標準カット

```
/* calculate variables and define CUT below */
   double Pt1 = sqrt(pow(Px1,2)+pow(Py1,2));
   double Pt2 = sqrt(pow(Px2,2)+pow(Py2,2));
   bool cut0 = fabs(Zvert)<15.;
   bool cut1 = (Pt1>25.);
   bool cut2 = (Pt2>20.);
   bool cut3 = (Iso1 / Pt1 < 0.15 ) && (Iso2 / Pt2 < 0.15);
   bool cut4 = Q1*Q2<0;
   bool cut5 = (IsoCal1<2.)&&(IsoCal2<2.);

   bool CUT = cut0 && cut1 && cut2 && cut3 && cut4 && cut5;
```



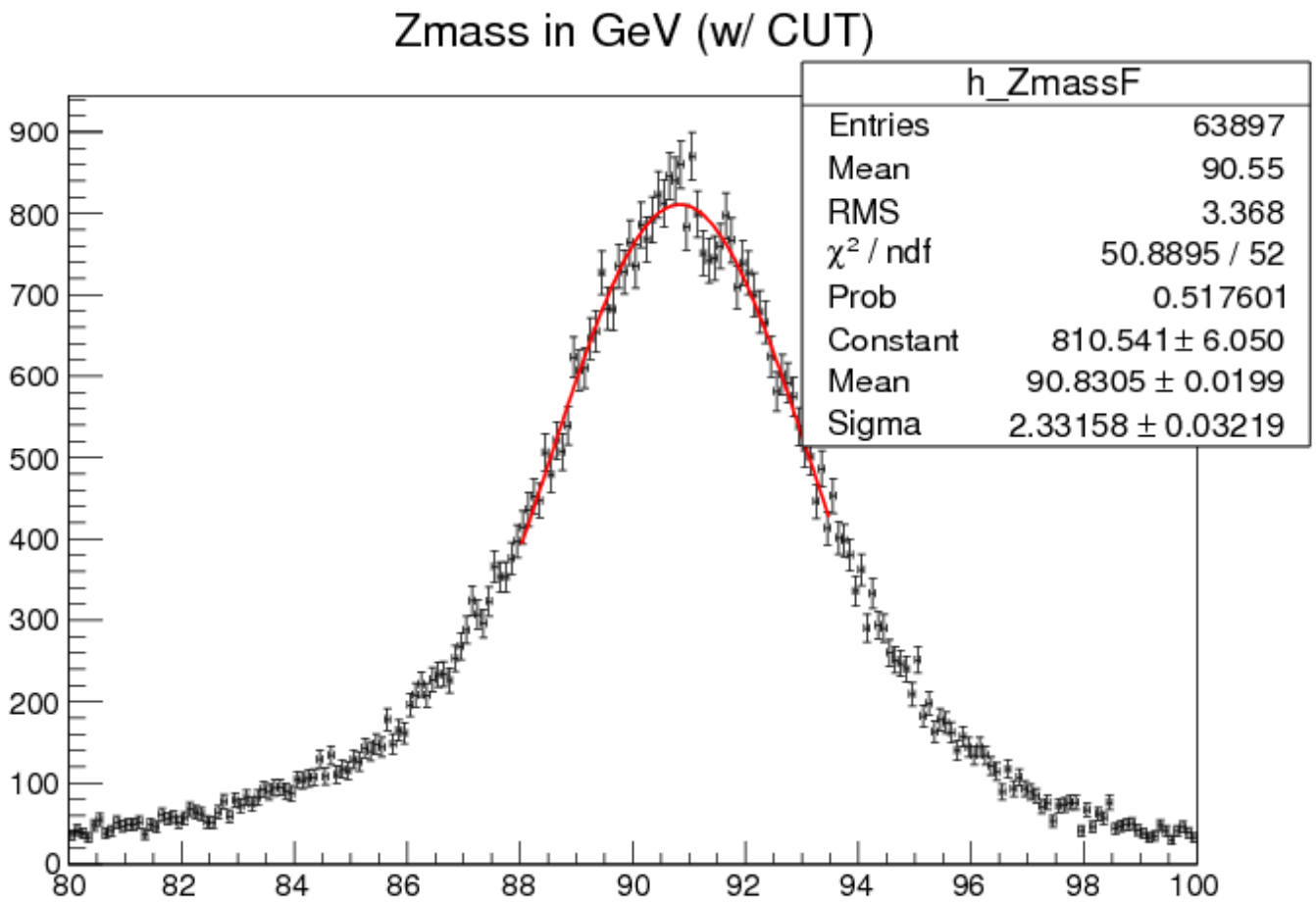

ガウス関数ではテールの部分が良く記述できない。
データのほうがテール部分イベントが多い。（なぜ？）

↓

ピーク部分だけをフィットしてみて、最尤値を求める。

（課題）世界平均と比べ、誤差以内で一致する結果か？
（課題）もっとビンを細かくしたら、ピークのまわりはどうなっているか。

# ピーク部分を拡大したらどうなる！？



# Breit-Wigner関数について

P35　課題h

- 寿命$\tau$の不安定粒子の波動関数$\psi(t)$とすると、その存在確率は以下の形で表されるべき:

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)\Big|^2 \times e^{-t/\tau}$$

- 時間に依存する自由粒子のSchrodinger方程式:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \hat{H}\psi$$

の解 $\psi(t) = \psi(0)\, e^{-iEt/\hbar}$ に、虚数エネルギー成分を導入する:

$$\psi(t) = \psi(0)\, e^{-i(E-\frac{i\Gamma}{2})t/\hbar}$$

$$\Rightarrow \quad |\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2\, e^{-\Gamma t/\hbar}$$

- 粒子の崩壊確率は、エネルギーの虚数成分に相当する。

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma}{\hbar}$$

# Breit-Wignerについて

- 崩壊確率Γの不安定粒子の波動関数

$$\psi(t) = \psi(0)\, e^{-i(E_0 - \frac{i\Gamma}{2})t/\hbar}$$

$e^{-i\omega\ \ t}$のフーリエ変換
$=2\pi\delta(\omega)$

- フーリエ変換する:

$$\tilde{\psi}(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(0)\, e^{-i(E_0 - \frac{i\Gamma}{2})t/\hbar} \times e^{iEt/\hbar}\ dt$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, \psi(0) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\left(E - E_0 + \frac{\mathrm{i}\Gamma}{2}\right)t/\hbar}\ dt$$

$$= \frac{i\hbar}{\sqrt{2\pi}}\, \psi(0) \times \frac{1}{E - E_0 + \frac{\mathrm{i}\Gamma}{2}}$$

- 不安定粒子のエネルギーEにいる確率は、

$$|\tilde{\psi}(E)|^2 = \frac{\hbar^2}{2\pi} |\psi(0)|^2 \times \frac{1}{(E - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

Breit-Wigner (Lorentzian) distribution

Review of particle physics 2017
http://pdg.lbl.gov

# 粒子の質量mと質量幅Γ—世界平均

- Z粒子

$$m_Z = 91.1876 \pm 0.0021\ \mathrm{GeV}$$
$$\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023\ \mathrm{GeV}$$

- J/ψ

$$m_{J/\psi} = 3096.900 \pm 0.006\ \mathrm{MeV}$$
$$\Gamma_{J/\psi} = 92.9 \pm 2.8\ \mathrm{keV}$$

# Breit-Wignerでフィットしてみる

- 粒子崩壊の物理はBreit-Wigner関数で記述される
  （課題）B-W関数でのフィットをぜひやってみてください。
- ガウス関数でフィットした意味は？
  - 検出器の分解能は、通常ガウス関数に従うため、まずガウス関数でフィットしてみる場合が多い。
- Z質量の場合、質量幅と分解能とも数MeVであり、うまくフィットするには両方を考慮しなくてはいけない。

→　畳み込み（Convolution）関数。

$J/\psi$粒子について

# 反粒子 （ディラック方程式の解）

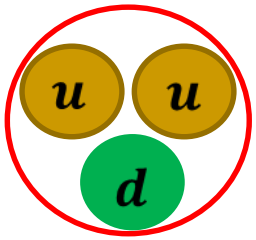
- 全ての粒子に対して、反粒子がある
  - 質量その他の性質が粒子と全く同じで、電荷だけ反対。

**粒子**

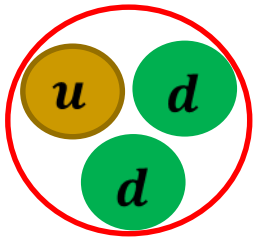
| | | | |
|---|---|---|---|
| $u$ | $c$ | $t$ | +2/3 |
| $d$ | $s$ | $b$ | -1/3 |
| | | | 電荷 |
| $\nu_e$ | $\nu_\mu$ | $\nu_\tau$ | 0 |
| $e^-$ | $\mu^-$ | $\tau^-$ | -1 |

**反粒子**

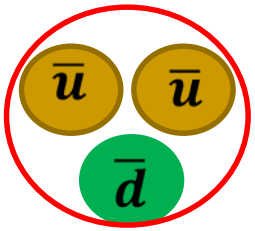
| | | | |
|---|---|---|---|
| $\bar{u}$ | $\bar{c}$ | $\bar{t}$ | -2/3 |
| $\bar{d}$ | $\bar{s}$ | $\bar{b}$ | +1/3 |
| | | | 電荷 |
| $\overline{\nu_e}$ | $\overline{\nu_\mu}$ | $\overline{\nu_\tau}$ | 0 |
| $e^+$ | $\mu^+$ | $\tau^+$ | +1 |



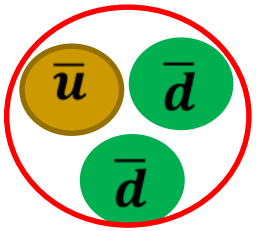

陽子
電荷+1




中性子
電荷0




反陽子
電荷-1



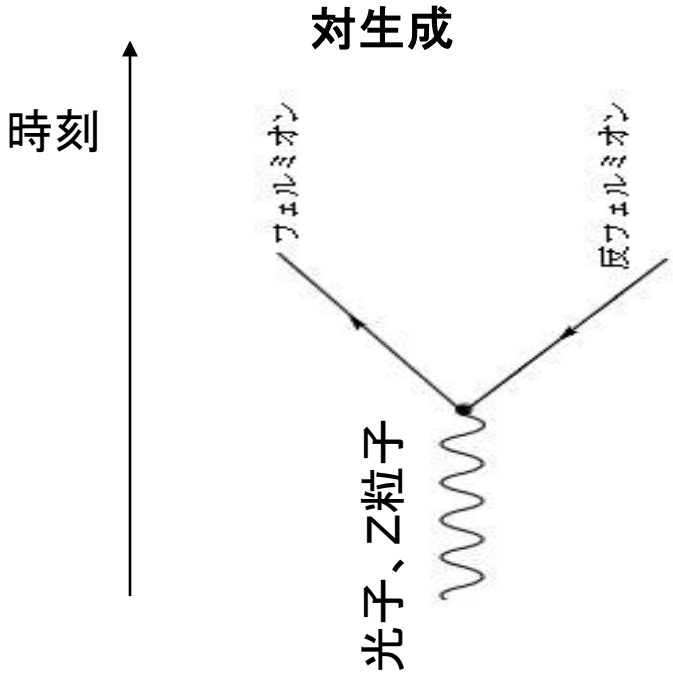

反中性子
電荷0

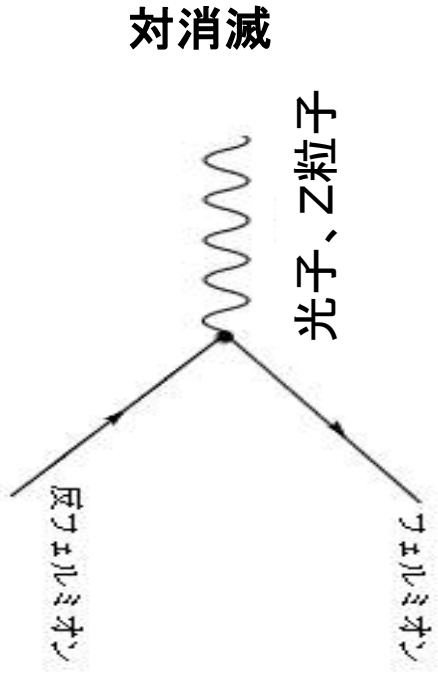
# 反粒子の発見

- 1928年　ディラック方程式（スピン1/2粒子の相対論的量子力学）
  - 負エネルギーの解が存在。
  - 負エネルギー解は、質量が同じで電荷が反対の粒子（**反粒子**）の存在を示唆。
- 1932年　アンダーソン　宇宙線中に、**正電荷の電子（陽電子）**を発見。
- 1935年　湯川秀樹　π中間子の存在を予言。
- 1937年　アンダーソン　宇宙線中にμ粒子を発見。
- 1947年　パウエル　原子核乾板を使ってπ中間子を発見。
- 1955年　セグレ、チェンバレン　**加速器実験**で反陽子を発見。

# 粒子と反粒子の反応

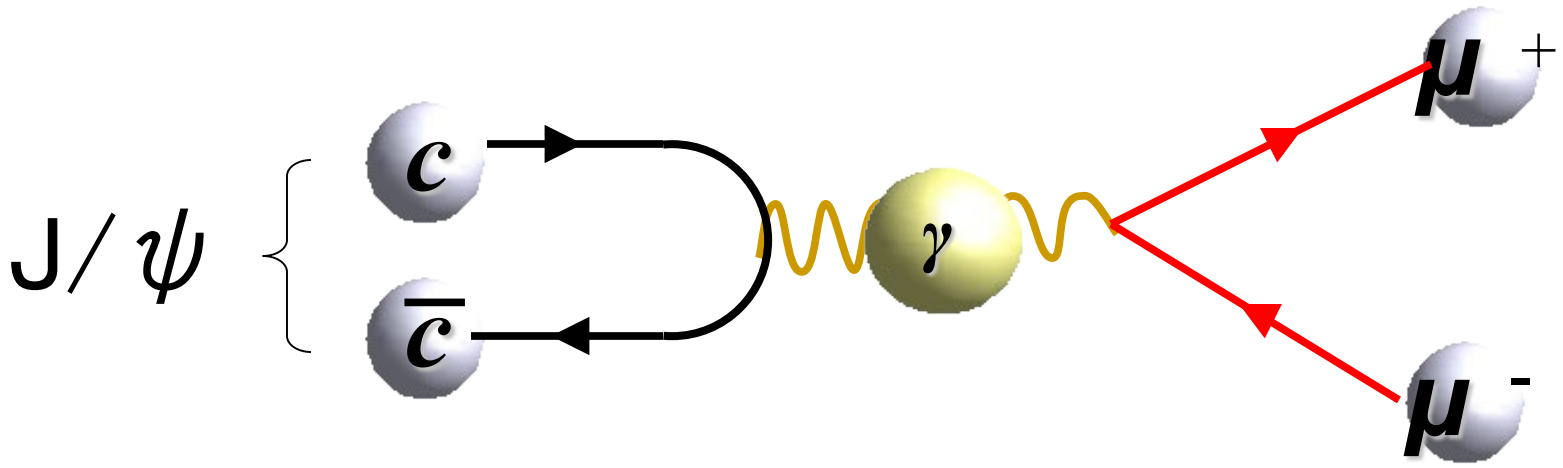
- 粒子と反粒子は、**対消滅**して力を媒介する粒子になることがある。
- 力を媒介する粒子は、粒子・反粒子を**対生成**し、消滅することがある。
- 対生成・対消滅の際に、運動量・エネルギーは保存される。



# J/ψ粒子

- メソン（素粒子ではない）
  - cクォーク・反cクォークの束縛状態
- 主に電磁相互作用でレプトン対またはクォーク対に崩壊
  - $Br(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) \sim 6\%$
  - $\Gamma = 1/\tau \sim 93$ keV $\Rightarrow c\tau \sim 2.1$pm $\Rightarrow \tau \sim 0.7 \times 10^{-20}$s



# J/ψ粒子の質量測定

- 解析全般が、基本的には前回で出来ている。
- ただし、以下の点に注意、改変する。
  - Ptのカット：Z粒子(m～90 GeV)と比べてJ/ψ粒子（m～3 GeV)は軽い。

    → 前回よりも低い運動量のミューオンを測定する必要がある。Ptカットをはずす。
  - Isolationのカット： J/ψ粒子はジェット中に生成される場合が多い。J/ψ粒子崩壊でできるミュー粒子はZ粒子の場合ほどIsolateしてない。

    → Isolationのカットを、はずす。(IsoとIsoCalの両方)

# $\mu^+\mu^-$に崩壊するさまざまな粒子

- myZmass.C中、

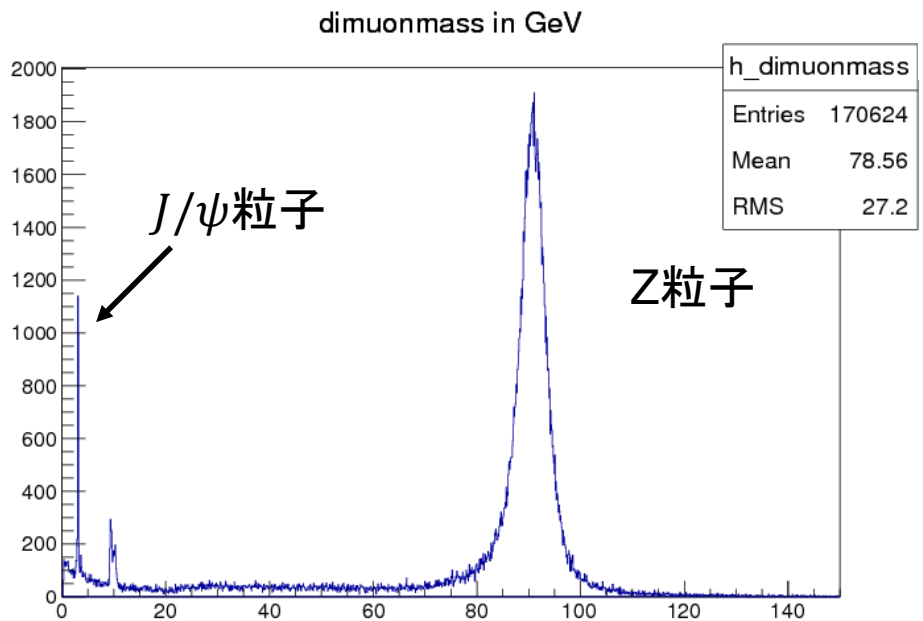
ヒストグラムのbin数

TH1F *h_ZmassF = new TH1F(“h_ZmassF”, “Z mass in GeV (w/CUT)”, 50, 40, 130);

ヒストグラムの横軸下限

ヒストグラムの横軸上限

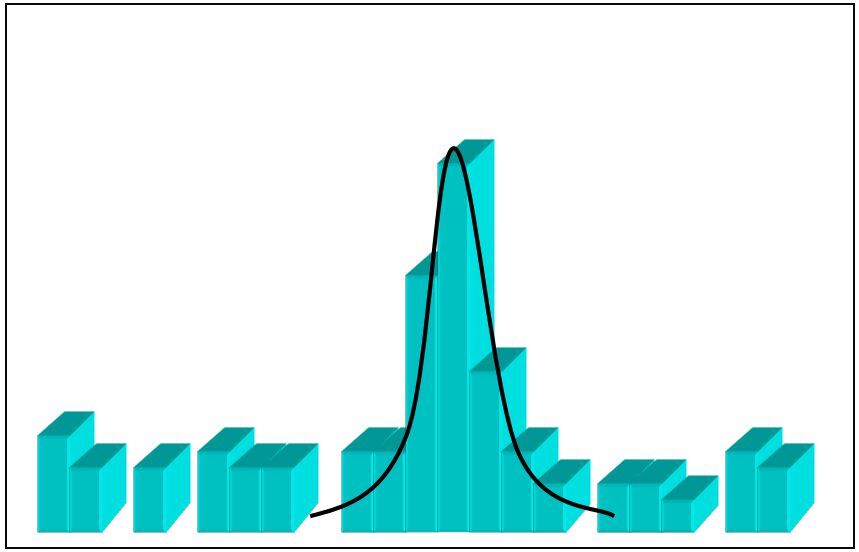
- まずは、広い範囲を見てみよう！




よく調べると、$Z, J/\psi$を含めて４－５個の粒子が見えているようです。
見えているピークがどういう粒子なのか、調べてみよう！

- 次に、$J/\psi$のピークがよく見えるように3GeV付近を拡大するビンニングでプロットする。

# 解析結果を得る



$m_{\mu\mu}$

- ガウス関数でフィットする
- 測定結果の中心値
  - ピークの位置
- 測定結果の誤差
  - ガウス分布（標準偏差σ）する変数をNサンプル取ってきたとき，その中心値がもつ誤差：σ/√N
  - 世界平均の値 3.096916±0.000011GeVとのずれは，統計によるゆらぎの範囲内か？
    - 統計によるゆらぎ(ガウス分布の場合)
      - 1σ以内 ~68%　2σ以内 ~95%　3σ以内 ~99.7%

# ステンレス/銅データの解析

- Fe/Cuデータの解析は、今回と次回の2回で各自時間配分を考えて行うこと.

- Z(Fe)＝２６, Z(Cu)=29
- Zが大きいので$\mu^-$の原子核捕獲の確率が大きくなる
  - $\mu^-$の見かけの寿命が短くなる.
  - ref. $Z^{al}$=13
- ストッパー（アルミ，ステンレス, 銅）の厚さ,シンチレータのサイズなどは,実験条件として記録しておくこと.

# 連絡事項

- スケジュール、発表会、レポート、成績評価に関しては、６回目のスライド参照のこと。

授業中に議論に使うスライド

# J/ψ質量再構成のヒント

- Z→μ⁺μ⁻の場合　$M_Z$ に比べて$M_\mu$は非常に小さいので次のように近似できる

$$E_\mu = \sqrt{m_\mu^2 + \vec{p}_\mu^{\,2}} \simeq |\vec{p}_\mu|$$

$$M_Z^2 = m_{\mu^+}^2 + m_{\mu^-}^2 + 2(E_{\mu^+}E_{\mu^-} - \vec{p}_{\mu^+}\cdot\vec{p}_{\mu^-})$$

$$\simeq 2(|\vec{p}_{\mu^+}||\vec{p}_{\mu^-}| - \vec{p}_{\mu^+}\cdot\vec{p}_{\mu^-})$$

$$M_Z \simeq \sqrt{2(|\vec{p}_{\mu^+}||\vec{p}_{\mu^-}| - \vec{p}_{\mu^+}\cdot\vec{p}_{\mu^-})}$$

各自、両方の正確な式・近似式両者を試して実感してほしい。

- **Zのときは運動量が大きいμ粒子を見ていたが、J/ψ崩壊のμ粒子はそれほど運動量が高くないので、近似が成り立たない。**

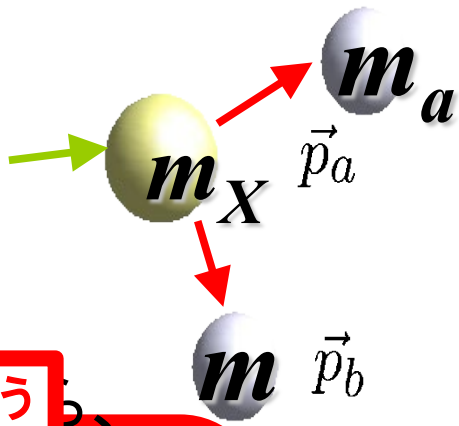
# 2体崩壊する粒子の不変質量（2）

4元運動量の内積はローレンツ変換の不変量

$$p_X^2 = p_X^\mu \cdot p_{X\mu} = E_X^2 - \vec{p}_X^2$$

粒子の静止系（粒子が止まって見える系）では

$$p_X^\mu = (m_X, \vec{0})$$




ローレンツ不変であることを使うと、

$$p_X{}^2 = p_X{}^\mu \cdot p_{X\mu} = m_X{}^2 = E_X{}^2 - \vec{p}_X{}^2$$

2体崩壊する**軽い粒子の質量測定には、近似しない式を使う**ら、

$$m_X^2 = p_X^2 = (p_a + p_b)^2$$

$$= p_a^2 + 2p_a \cdot p_b + p_b^2$$

$$= m_a^2 + m_b^2 + 2(E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b)$$